

华北电力大学

专业硕士学位论文

法向磁场作用下槽道流内层流-湍流边界的
动力学分析

**Dynamic Analysis of Laminar-Turbulent Edge State
of Channel Flow under Normal Magnetic Field**

2024 年 6 月

国内图书分类号：V211.3
国际图书分类号：532.1

学校代码：10079
密 级：公开

专业硕士学位论文

法向磁场作用下槽道流内层流-湍流边界的 动力学分析

硕 士 研 究 生：史晓梦

导 师：董帅副教授

企 业 导 师：马洪科

申 请 学 位：能源动力硕士

专 业 领 域：动力工程

学 习 方 式：全日制

所 在 学 院：能源动力与机械工程学院

答 辩 日 期：2024 年 5 月

授予学位单位：华北电力大学

Classified Index: V211.3

U.D.C: 532.1

Thesis for the Professional Master's Degree

**Dynamic Analysis of Laminar-Turbulent Edge State
of Channel Flow under Normal Magnetic Field**

Candidate:	Shi Xiaomeng
Supervisor:	Prof. Dong Shuai
Enterprise mentor :	Ma Hongke
Professional Degree Applied for:	Master of Energy Power
Speciality:	Power Engineering
Cultivation ways :	Full-time
School:	School of Energy Power and Mechanical Engineering
Date of Defence:	May, 2024
Degree-Conferring-Institution:	North China Electric Power University

华北电力大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：此处所提交的学位论文《法向磁场作用下槽道流内层流-湍流边界的动力学分析》，是本人在导师指导下，在华北电力大学攻读学位期间独立进行研究工作所取得的成果。论文中除已注明部分外不包含他人已发表或完成的研究成果。对本文的研究工作做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式注明。论文由本人撰写，未使用人工智能代写。本声明的法律结果将完全由本人承担。

作者签名：

日期： 年 月 日

华北电力大学学位论文使用授权书

学位论文《法向磁场作用下槽道流内层流-湍流边界的动力学分析》系研究生在华北电力大学攻读学位期间在导师指导下完成的成果，知识产权归属华北电力大学所有，学位论文的研究内容不得以其它单位的名义发表。研究生完全了解华北电力大学关于保存、使用学位论文的规定，同意学校保留并向有关部门送交论文的复印件和电子版本，同意学校将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，允许论文被查阅和借阅，学校可以为存在馆际合作关系的兄弟高校用户提供文献传递服务和交换服务。本人授权华北电力大学，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文，可以公布论文的全部或部分内容。

保密论文在保密期内遵守有关保密规定，解密后适用于此使用权限规定。
本人知悉学位论文的使用权限，并将遵守有关规定。

作者签名：

日期： 年 月 日

导师签名：

日期： 年 月 日

摘要

相干结构广泛存在于各类湍流和转捩过程之中，识别并跟踪相干结构的时空演变，可为湍流机理的研究和层流-湍流转捩过程的预测开辟新的途径。近年来，动力系统分析方法的引入，将转捩过程和湍流机理两个分支联系起来，其中最突出的成果是层流-湍流边界，即精确相干态的研究。本文采用高精度直接数值模拟结合动力学的研究方法，围绕法向磁场作用下槽道流内层流-湍流边界开展动力学分析。

首先，以槽道泊肃叶层流为基本流，施加不同振幅的初始扰动，在基准计算域中进行数值计算，获得了相对周期轨道解，随后在流场中施加均匀稳定的法向磁场，探究磁场对于相对周期轨道解的影响。发现湍流自维持机制同样适用于精确相干态，并且该机制基本不受磁场强度的影响。对相关参数进行对比发现，磁场不会改变精确相干态的种类，但周期长度随磁场强度增大而减小，各扰动分量随磁场强度增大而增大。由于磁场效应，相对周期轨道解不再具有自相似性，流场结构随磁场强度增加在各方向均有明显的拉伸，并且流向漩涡逐渐向壁面附近迁移。此外我们对 $Re=3000-50000$ 范围内能够获得精确相干态的最大磁场强度和能发生层流-湍流过渡的最大磁场强度进行了探究并计算得到具体范围。

其次，在相对周期轨道解的研究基础上，拓展计算域的展向尺寸 L_y ，获得了鞍节点无穷周期分岔的行波解，并施加均匀稳定的法向磁场，探究法向磁场对于行波解的影响。随着展向尺寸增加，行波解的流向条带与漩涡结构逐渐在展向方向形成局部化现象。在施加不同强度的磁场后，展向局部化特征基本不变，但精确相干结构随着磁场强度的增强，在流场中存在的时间缩短，行波解向下游传播的行波速度随 Re 数的增大而增大，随 Ha 数的增大而减小。

最后，对比相对周期轨道解和行波解的计算结果发现，法向磁场对于流场会产生抑制作用，因此为保证流场中层流-湍流过渡的发生以及能够捕捉到 ECS，磁场强度需要控制在合适的范围之内；此外，无论解的形态如何，流场中的漩涡结构始终在流向和展向方向上存在不同程度的倾斜角，这表明本文研究的通道中心附近的 ECS 与近壁面 ECS 存在某些相似之处。

关键词：精确相干态；法向磁场；槽道流；相干结构

Abstract

Coherent structures exist in a wide range of turbulence and transition processes. Identifying and tracking the space-time evolution of coherent structures can provide a new approach for the study of turbulence mechanism and the prediction of laminar-turbulent transition processes. In recent years, the introduction of dynamic system analysis method has linked the two branches of transition process and turbulence mechanism. The most outstanding achievement is the study of laminar-turbulent edge state, that is, exact coherent states. In this paper, high precision direct numerical simulation combined with dynamics research method is used to analyze the dynamics of laminar-turbulent edge state in channel flow under normal magnetic field.

Firstly, channel Poiseuille laminar flow is taken as the basic flow and initial perturbations of different amplitudes are applied. The relative periodic orbit solution is obtained by numerical calculation in the standard domain and then a uniform and stable normal magnetic field is applied in the flow field to explore the influence of the magnetic field on the relative periodic orbit solution. It is found that the self-sustaining mechanism of the turbulent is also suitable for the exact coherent states and the mechanism is almost independent of the magnetic field strength. By comparing correlation parameters, the magnetic field does not change the shape of the exact coherent states. With the increase of the magnetic field strength, the period length shortens and perturbation energy component in all directions increase. Due to the magnetic field effect, the relative periodic orbit solutions are no longer self-similar, the structure of the flow field is obviously stretched in all directions with the increase of the magnetic field intensity and vortices gradually migrate to the wall. In addition, in the range of $Re=3000-50000$, the maximum magnetic field strength that can obtain exact coherent states and the maximum magnetic field strength that can produce laminar-turbulent transition are investigated and the specific range is calculated.

Secondly, based on the study of relative periodic orbit solution, the spanwise dimension L_y of the computing domain is extended to obtain the traveling wave solution of the saddle node with infinite periodic bifurcation. Then the uniform and stable normal magnetic field is applied to explore the influence of the normal magnetic field on the traveling wave solution. With the increase of spanwise size, the streamwise streaks and vortices structure of the traveling wave solution gradually become localized in the spanwise direction. The spanwise localization characteristics are almost unchanged when different magnetic fields are applied, but with the increase of magnetic field strength, the existence time of the exact coherent

structure in the flow field is shortened. The propagation speed of traveling wave solution to downstream increases with the increase of Re , and decreases with the increase of Ha .

Finally, comparing the results of the relative periodic orbit solution and the traveling wave solution. It is found that the normal magnetic field can inhibit the flow field. Therefore, the magnetic field strength needs to be controlled within a suitable range to ensure the transition in the flow field and capture ECS. In addition, regardless of the shape of the solution, the vortices always have different degrees of inclination in the direction of streamwise and spanwise directions which indicates that there are some similarities between ECS in the outer region and ECS in the near wall region.

Keywords: exact coherent states, normal magnetic field, channel flow, coherent structure

目录

摘要.....	I
Abstract	I
第 1 章 绪论	1
1.1 课题背景	1
1.1.1 层流-湍流过渡	1
1.1.2 湍流自维持机制	2
1.1.3 层流-湍流边界	3
1.2 国内外研究现状	5
1.3 本文研究内容	8
第 2 章 数值模型与方法	10
2.1 物理模型与方程	10
2.1.1 物理模型	10
2.1.2 控制方程	10
2.1.3 参数设置	11
2.2 研究方法	13
2.2.1 寻找 ECS 的常用方法	13
2.2.2 本文研究方法	14
2.3 本章小结	16
第 3 章 法向磁场下相对周期轨道解的特性分析	17
3.1 无磁场时的 RPO	17
3.1.1 RPO 的周期演化	17
3.1.2 RPO 的自维持机制	20
3.1.3 均方根速度分布	24
3.2 磁场作用下的 RPO	26
3.2.1 磁场对周期的影响	28
3.2.2 磁场作用下的自维持机制	30
3.2.3 磁场对均方根速度的影响	33
3.3 较大雷诺数下的 RPO	35
3.4 本章小结	38

第 4 章 法向磁场下行波解的局部化特性研究	40
4.1 周期解向行波解的转化.....	40
4.2 拓展域中不同初始扰动的 RPO	42
4.3 展向局部化结构	45
4.3.1 无磁场时的局部化	45
4.3.2 磁场对局部化的影响	47
4.4 行波速度	51
4.5 本章小结	51
第 5 章 结论与展望	53
5.1 结论	53
5.2 展望	53
参考文献	55
攻读硕士学位期间发表的论文及其它成果	63

第 1 章 绪论

1.1 课题背景

流体运动状态分为层流和湍流，湍流通常呈现出时空混沌行为，在时间和空间上不具有重复性。在经典物理学的历史长河中，寻找湍流的普遍性质一直都是研究的热点问题，一方面，湍流流动普遍存在于海洋、大气、生物系统和工程实际中，理解湍流能够更好的预测自然界中的流动行为；另一方面，湍流具有广泛的应用背景，包括输运的减阻^[1]、行星边界层的动力学^[2]以及飞机、风力涡轮机等机械设备的设计，横跨多个时间和空间尺度，因此对湍流的研究有助于提高各种应用的精度和可靠性。然而大多数能够求解流体力学中其他问题的方法对于湍流都是无用的，湍流通常被认为是一个随机问题。虽然 Navier-Stokes(N-S)方程是完全确定的，但想要准确预测湍流的时间演化情况是十分困难的。近年来利用实验和数值模拟中在各种剪切流中发现了广泛存在的相干结构，这证明湍流并非完全无序，并且相较于复杂的湍流结构，相干结构的时空行为足够简单，是进行理论描述的理想选择对象。精确相干态作为 N-S 方程的非线性解，与湍流相干态具有相似的结构和自维持机制，湍流和转捩这两个流体力学中长期独立的分支也因此联系在一起。识别并跟踪精确相干结构的时空演变，为准确预测湍流的时空演化和理解转捩的动力学行为开辟了新的有效途径。

1.1.1 层流-湍流过渡

流体动力学中，由基本流线性不稳定性引起，经历二次失稳，随后向湍流过渡的行为被称为经典转捩。例如在平板边界层中，不稳定性以二维 Tollmien-Schlichting(T-S)波呈现，当雷诺数大于临界雷诺数时，该波以指数形式放大，触发向湍流的过渡。但早在很久以前，就有学者发现向湍流过渡的另一种方式，这种过渡过程并非由基本流线性不稳定性触发，而是在达到线性不稳定性的临界值之前就出现了，由于该过程中没有 2D T-S 波的指数增长过程，而是在流场中直接呈现出条带结构，也被称为旁路过渡^[3]，条带结构由高流速和低流速的展向交替区域构成，沿流向方向向下游传播^[4]。

大多数典型的剪切流中，如槽道泊肃叶流^[5, 6]、管道流^[7]和槽道库埃特流^[8-10]，层流向湍流的过渡都是旁路转捩。在某些受限的流动中，层流-湍流的边界状态已经能够被很好的表征，如库埃特流中的固定点(fixed point)^[11-13]、管道流或库埃特流中的行波(traveling wave)^[13, 14]以及完整湍流中更加复杂的结构甚

至是混沌态(chaotic state)^[15]。

1.1.2 湍流自维持机制

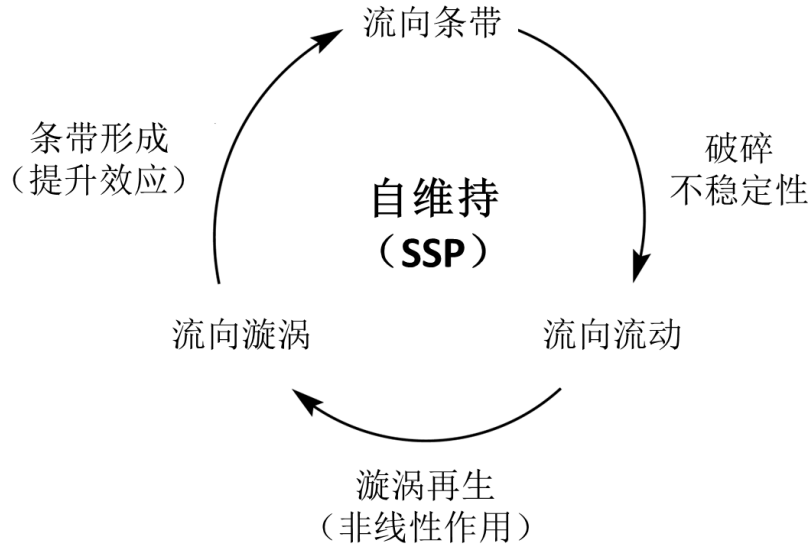


图 1-1 湍流自维持循环过程^[16]

自维持循环过程是研究湍流演化以及层流-湍流过渡的核心问题之一，Jimenez 和 Moin^[17]在较小的槽道流内研究了湍流相干结构的演化过程，发现存在最小的流动单元 Minumun Flow Unit(MFU)，若计算域尺寸小于该流动单元，湍流将逐渐衰减为层流；当计算域尺寸大于该流动单元，湍流才能持续存在。基于该最小流动单元，Jimenez^[17]、Hwang 和 Cossu^[18]等人利用衰减函数和大涡模拟等方法，发现相干结构在任何的壁面高度下都可以独立存在，这也被称为湍流的自维持现象。Hamilton^[16]等人在槽道库埃特流的最小流动单元缓冲区进行了研究，率先提出了壁湍流自维持循环机制如图 1-1 所示，在扰动的流向和展向波长以及 Re 数特定的条件下，该过程可以自维持循环，破坏其中任何一个环节将导致流动层流化：

(1)提升效应：在剪切流中，流体在流动的某一区域相比于其他区域速度更低，例如槽道泊肃叶流中壁面附近流速低于通道中心附近。若在流场中引入一对周期性反向旋转流向漩涡，这些流体将通过在高速区域中携带低速流体和在低速区域中携带高速流体来重新分配流向速度，这一过程被称为“提升效应”，促使流向条带的生成^[19-21]。简而言之，该线性过程即流向漩涡激发出流向均匀的条带结构。

(2)条带不稳定性：当条带达到足够大的振幅后，由于瞬态增长或二次失稳^[22-24]变得弯曲最终导致破碎。这种二次失稳是亚临界的，因此低于临界值的小

振幅扰动也会促使条带的破碎^[25, 26]，关键特征在于放大了特定流向条带中的非均匀扰动。

(3)非线性机制：流向条带破碎后通过非线性作用^[27]导致流向漩涡再生^[28]。

湍流的自维持机制将流向条带和漩涡结构紧紧联系在一起，二者相互依存。为保证这一过程的正常进行， Re 数以及计算域的展向、流向尺寸需要足够大，从而保证能量瞬态增长和二次失稳过程的发生，通过流动可视化和对与傅里叶模式相关的能量分析可以在流场中识别到上述主要过程。

1.1.3 层流-湍流边界

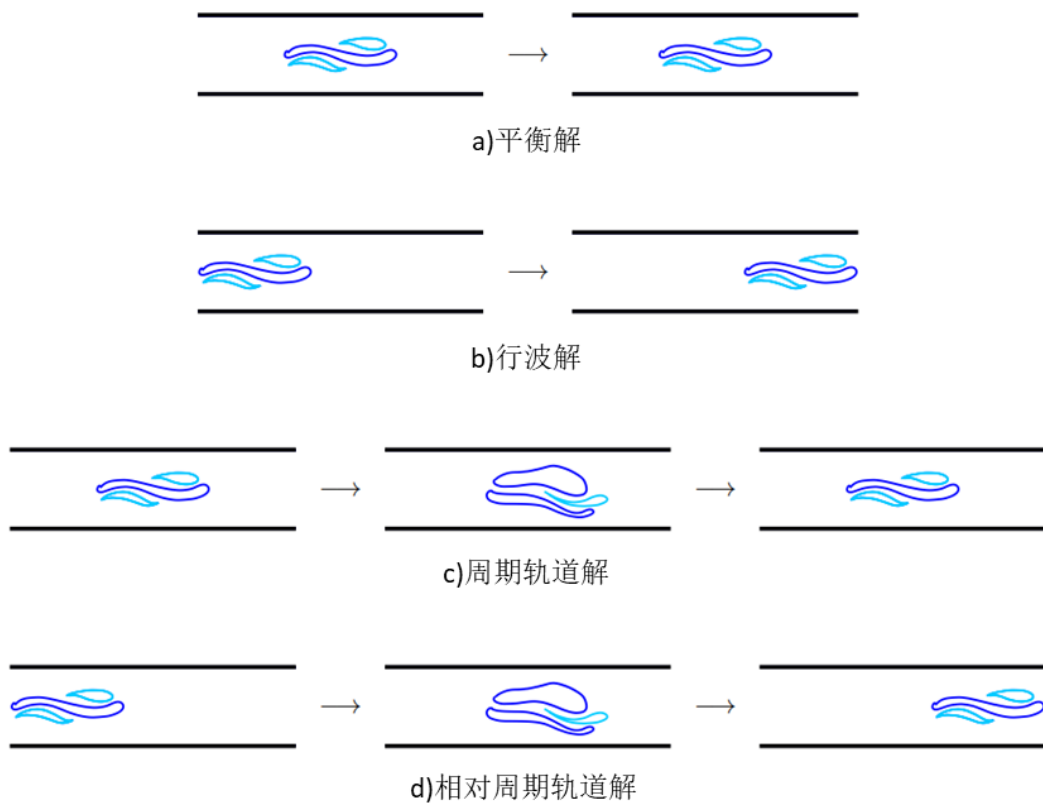


图 1-2 不同形态的精确相干态^[29]

Hof^[30]最先将动力系统方法引入湍流研究，认为 N-S 方程存在于状态空间的有限维流形中，并提出随雷诺数(Re)增加，层流态经历一系列分叉到周期态再到准周期态，最终演化为湍流。根据动力系统的理论，上述的自维持机制可以通过嵌入湍流吸引子中的周期轨道来描述^[31]，对于混沌系统的研究表明，不稳定周期轨道表征着吸引子的结构和动力学^[32-34]。湍流除了看作是相干结构之间的相互作用外，还可以看作是状态空间中的轨迹，其大部分生命周期都在周期轨道解以及 N-S 方程的其他非线性解附近度过。因此为描述状态空间的湍

流状态，首先需要理解状态空间中 N-S 方程的非线性解。这些解可以分为四种类型^[29]：流体状态不随时间变化的平衡态；流体状态不改变但随时间平移的行波解；流体状态随时间变化但在一段时间后返回其原始状态的周期轨道解；以及流体状态随时间变化，但在一段时间后返回到其原始状态，并且相对于观察者平移的相对周期轨道解。这四种形态的非线性解通常处于层流-湍流的边界上，并且具有相似的基本结构，包含蜿蜒的条带结构以及两侧的漩涡结构如图 1-2 所示。

Waleffe^[35, 36]将 $2\pi \times 2.4 \times 2$ 作为基准计算域，提出了一种有效计算 N-S 方程非线性解的方法，首先在滑移壁面条件下，将 N-S 方程分解成流向速度(条带结构)和展向、法向速度(流向漩涡)，尝试获得简化的数学模型来描述湍流的自维持过程。在研究中发现，流向均匀的条带无法失稳产生漩涡结构，因此需要引入体积力来维持漩涡的存在，将体积力逐渐降至为零，在非线性作用下得到了两个自维持状态。随后 Waleffe^[37]将这两个自维持态利用同伦拓展到无滑移壁面的槽道泊肃叶流中，获得了 N-S 方程的首个非线性解也被称为不变解。该非线性解的典型特征是由波状低速条带及两侧流向漩涡构成，在相对坐标系下不随时间发生变化，以固定速度向下游传播，并且具有一定的对称性。这与 Jeong^[38]等人采用条件采样方法从 DNS 湍流场中得到的近壁面相干结构极为相似，因此 Waleffe 获得的非线性解被众多学者人认可为对湍流过程的精确描述^[39]，基于此，Waleffe 率先将这类既不属于层流也不属于湍流，而是位于层流-湍流边界的非线性解命名为精确相干态 ECS，对应的流场结构被称为精确相干结构。

湍流相干结构的研究极大的提高了我们对湍流的认识，而层流-湍流边界 ECS 的发现让非线性动力系统理论将湍流和转捩这两个独立的分支联系在一起^[40]。Jimenez^[41]等人比较了 ECS 和 MFU 以及全尺度湍流近壁区的统计量和猝发特征，发现 ECS 能够作为湍流研究的简化系统。此外，ECS 在不同 Re 数下进行延拓获得分叉曲线^[37]，分叉点被称为鞍-节点，上下曲线被称为上分支和下分支。在固定 Re 数下，上分支 ECS 相比于下分支具有更强的流向涡度和更弯曲的条带结构。从湍流动力学角度来看，上分支属于湍流的平衡态，湍流轨迹在某个平衡态/准平衡态附近停留后沿不稳定包络转移至另一个平衡态/准平衡态。下分支通常介于层流与湍流的分界面上，至少有一个不稳定特征方向，施加扰动后将过渡至湍流或者衰减为层流。若下分支有且只有一个不稳定特征方向，将被称为边界态^[42]，对于层流-湍流的过渡具有重要意义。

上文所提到的 ECS 是基于湍流自维持理论考虑的 N-S 方程的非线性解，但在其他理论中也曾发现由流向漩涡和条带构成的结构，例如 Hall 和 Smith^[43]提出了具有强烈非线性作用的涡波干扰理论，获得了无穷大 Re 数 ECS 的渐近态，Mckeon 和 Sharma^[44]把 N-S 方程的非线性作用当作是随机力效应，提出了

Resolvent 分析法, 能够很好的反应壁面湍流的相干结构^[45], 并且需要几个 Resolvent 模态即可获得 ECS^[46, 47], 这证明 ECS 广泛存在于湍流中并且可以通过多种方法获得, 为深入理解湍流动力学和层流-湍流边界 ECS 的研究提供了更多的有效途径。

ECS 及其不变流形为理解湍流固有的复杂时空动力学提供了一个简化的组织框架, 在牛顿流体中, 对此框架的研究能够有效控制湍流的发生并最大限度的减小粘性耗散, 但在磁流体动力学(MHD)中仍旧缺少对此类问题的探讨。磁流体动力学是一门研究电磁场与导电流体之间的相互作用的学科, 这种相互作用是多样的, 施加在导电流体流场中的磁场可以深刻地改变流动行为, 由于磁场与流场的耦合作用, 流场内的物理变量在垂直于场强方向上的分量被抑制, 而平行于场强方向的分量则基本不受影响。因而在磁场作用下的湍流大多呈现一定的各向异性, 这是磁流体湍流的一个典型特征^[48]。足够强的外加磁场将流动转变为一种独特形式, 感生电流会产生另一种将流动动能耗散为热量的机制, 即焦耳耗散。因此, 施加磁场会导致经典流体动力学系统(如槽道流^[49, 50]、管道流、边界层流^[51, 52]等)中的湍流过渡延迟, 在过渡极限以上, 湍流强度一般随磁场强度而降低。因此在传统流体力学的研究基础上通过施加不同强度的磁场可以作为湍流控制的有效手段。

磁流体动力学也被广泛应用于各种工程技术中, 其中最突出的是冶金^[53](例如钢铝的连续铸造)、材料加工^[54](利用 Czochralsky 法生产大晶体)、热核聚变^[55-57]冷却^[58](液态锂或熔融盐在冷却层的流动), 在这些应用中, 可以通过适当施加磁场以控制流动和传热传质过程。

1.2 国内外研究现状

1990 年, Robinson^[59]在湍流边界层的相干结构研究过程中讨论了发夹结构, 并将湍流相干结构描述为“流动的三维区域, 至少一个基本流动变量在空间和/或时间范围内与其自身或与另一变量表现出显著的相关性, 该空间或时间范围明显大于当地最小流动尺度”。Adrian^[60]利用直接数值模拟在湍流场中捕捉到了发夹涡结构, 并识别到相干结构的一些特征。然而当时这些相干结构的发现并未与 N-S 的非线性解以及层流-湍流的过渡联系起来。

随后 Nagata^[61]在研究库埃特流动的亚临界失稳时将泰勒-库埃特流动同伦变换到槽道库埃特流中, 获得了中等 Re 数下 N-S 方程的高维非线性解。增大 Re 数发现了鞍节点分叉产生了两个上下分支, 上分支由弱条带和强漩涡构成, 下分支由弱漩涡与强条纹构成, 这也是首个真正意义上的 ECS 及其流场结构。1992 年, Clever 和 Busse^[62]在对库埃特流中的瑞利-贝纳德对流问题进行数值计

算时利用与 Nagata^[61]相同的同伦变换法获得了相同的解, 该解与 2001 年 Waleffe^[32]在槽道泊肃叶流中得到的 ECS 属于同一族解, 因此被统称为 Nagata-Busse-Clever-Waleffe(NBCW)解。Eckhard^[5]等人和 Kerswell^[63]等人采用与 Waleffe 同样的人为施加体积力的方法^[64], 在压力驱动的圆管流动中获得了三维行波解, 同属于 NBCW 解。基于以上学者的研究, ECS 与各种剪切流中的湍流运动以及层流-湍流的过渡联系在一起。由于 ECS 通常是不稳定的, 在实际的流动过程中很难捕捉到, 但 Hof^[65]在管内湍流非线性行波的精细实验中首次观测到了 ECS 结构, 相关结果发表在 Science 上, 至此证明了精确相干结构存在的真实性, 得到了广泛报道与认可。

ECS 的形式多样, 湍流在这些 ECS 之间穿梭^[66, 67], 从而维持一定幅度的脉动。2001 年, Kawahara 和 Kida^[31]利用数值模拟对 N-S 方程求解获得了库埃特流的首个周期轨道解, 完整的观测到了周期解循环中条带的生长破碎以及流向漩涡的衰减再生。随后 Waleffe^[35, 36]在自由滑移和无滑移边界条件下的库埃特流和泊肃叶流中得到了行波解并对其自维持过程进行了描述“它包含由流向漩涡产生的条带, 而漩涡是由于条带的不稳定性而形成的”。2003 年, Toh 和 Itano^[10]采用数值模拟结合二分法在获得了槽道泊肃叶流的相对周期轨道解, 该解的一个周期有两个典型状态构成, 单条纹和双条纹, 并且具有与 Waleffe 提出的相似的自维持机制。2013 年, Kreilos^[68]等人在渐近吸力边界层中也获得了类似的非定常 ECS, 进行了更详细的研究, 它们的一个共同特征在于都具有状态转换对应的猝发过程。Zarmmer^[69, 70]延续 Toh 的研究, 利用数值模拟分别在槽道泊肃叶流和渐近吸力边界层中获得了空间定域的精确解, 并对比了两种解出现的不同机制。以上研究结果表明 ECS 广泛存在与各种剪切流中, 并且不同 ECS 之间具有紧密的联系。

上述学者的研究主要是针对在低雷诺数流动, ECS 结构位于近壁面附近, 由于外区湍流也存在相似的自维持动力循环, 一个自然的猜想是寻找外区的 ECS。Hwang 等人^[71]利用大涡模拟(LES)方法获得了 $Re_\tau \approx 1000$ 的槽道泊肃叶流中外区湍流的 ECS, Yang 等人^[72]随后的研究结果表明, 外区 ECS 与 NBCW 解隶属于同一族解的不同分支, 这些解都具有自相似特征, 可以用 Townsend 的经典附面涡模型解释^[69, 73]。2014 年, Rawat^[74]利用数值模拟结合动力学方法在槽道泊肃叶流固定计算域中获得了相对周期轨道的一个分支, 又将 NBCW 解延拓到更高的 Re 数下, 发现这些解的速度脉动均方根峰值不断向外区移动, 由此表明 NBCW 解与外区的湍流结构相对应。随后, Park 和 Graham^[75]在槽道流中发现了特殊行波解, 湍流吸引子的主体部分围绕着一个族的上分支解组织表示为“P4”。这些研究结果加强了 ECS 与湍流动力学之间的联系, 对于理解湍流的基本动力学具有实际意义。

以上研究的 ECS 大都存在于小计算域中, 虽然其结构和动力学非常类似于近壁湍流, 但并不能捕获具有多尺度的模式, 因此关于大尺度 ECS 的研究越来越多。2014 年, Khapko^[76, 77]在渐近吸力边界层中发现了展向局部化周期和相对周期轨道。2015 年, Chantry 和 Kerwell^[78]在槽道库埃特流中拓展计算域尺寸观察到了大尺度空间的局部 ECS, 其中“P1”非线性解为单条纹局部化, 而“P2”和“P3”解由于非线性解聚集而呈现双条纹局部化。2016 年, Rawat^[79]利用延拓计算了不同展向尺寸的 ECS, 观察到周期轨道解的周期长度不断增大逐渐接近于全局分叉而演化成行波解, 并且获得了行波解的上下分支。当展向尺寸增大到一定值后, 流向条带和漩涡结构逐渐集中在通道中心部分, 呈现展向局部化。2019 年, Yang^[72]利用大涡模拟得到了法向局域化的边界态, 然后利用延拓法得到了法向局域化的 ECS。ECS 作为 N-S 方程的非线性解, 不仅解释了湍流的自我维持机制, 有利于我们对层流-湍流过渡机理以及复杂混沌动力学的理解。

由于磁场与流场之间的相互作用能够有效控制湍流演化, 因此近年来 MHD 湍流^[80, 81]逐渐成动力学的研究热点。虽然大多数 MHD 应用中流动通常处于高 Re 数, 但并不一定是高度湍流态。磁场引起的磁边界层^[82], 对磁场方向的速度梯度产生抑制作用, 对于控制 MHD 中向湍流的过渡以及湍流发展具有重要意义。在大多数实验室 MHD 流动特征都满足准定常近似^[83], 由流动引起的磁场扰动远小于施加的稳定磁场可以忽略不计, 磁场与流场之间的双向耦合被有效地简化为洛伦兹力对流体流动的调整。因此, 即使雷诺数很大, 流动也常常处于层流、过渡或弱湍流状态。

Hartmann 和 Lazarus^[82]首次研究了法向磁场作用下槽道流中导电流体的流动, 发现在导电流体湍流场中施加外部磁场可以改变阻力并抑制湍流, 自此法向磁场中哈特曼流的研究成为 MHD 问题典型案例之一。Sommeria 和 Moreau^[84]在流场中施加法向磁场并将流场分为中心区域以及壁面附近的哈特曼边界层, 发现在中心区域的漩涡结构由于电磁扩散沿磁场方向拉长。Hossain^[85]和 Zikanov 和 Thess^[86]对低磁雷诺数下 MHD 湍流进行了模拟, 结果表明, 需要足够强的磁场来抑制湍流波动, 这一发现为我们深入理解磁流体力学湍流提供了重要的参考。

MHD 流中最热点的问题之一是层流向湍流的过渡, 了解 MHD 层流或湍流所在的参数区域和过渡机理, 对于工程技术和工业应用具有指导意义。Kransov^[87]利用数值模拟研究了哈特曼流的两步过渡方案, 并发现与实验极为接近的临界雷诺数 $350 < R_c < 400$, 达到临界值后只要初级和次级扰动足够大, 就能触发向湍流的过渡; 基于上述情况 Zienicke 和 Krasnov^[88]进一步研究得到 R_c 随磁场强度增大而略微增大。Kobayashi^[89]采用不同模型研究了施加法向磁场后

槽道流中层流向湍流过渡的预测,发现磁场对湍流的抑制使壁面附近的雷诺数剪应力减小,从而使表面摩擦系数减小。随磁场强度增大,MHD 湍流在临界 Ha 数下转变为 MHD 层流。随后,Krasnov 等人^[90]在槽道流中分别施加展向和法向磁场,对过渡过程中流场结构进行对比,发现展向磁场主要抑制湍流强度和扩大湍流结构,而法向磁场中湍流结构主要局限于壁面附近特征尺度较小,且随磁场强度增大,漩涡结构尺寸越小。

1.3 本文研究内容

基于上述背景与研究现状,我们对层流-湍流转捩过程和相干结构的自维持机制有了初步了解,调研了各种剪切流中层流-湍流边界精确相干态 ECS 的研究历程以及磁流体动力学的广泛应用。发现当前针对导电流体转捩过程的研究越来越多,已有研究表明磁场作用下层流-湍流转捩机理与无磁场时基本一致,但当前并未有研究深入探讨磁场作用下层流-湍流边界的精确相干态,对于其是否受到不同磁场强度的影响而发生变化这一关键问题尚未可知。

因此本文围绕法向磁场作用下槽道泊肃叶流层流-湍流边界的动力学分析展开研究,利用高精度的直接数值模拟结合动力学方法,以解决计算域尺寸、 Re 数、法向磁场强度(Ha 数)对精确相干态的影响,针对磁场作用下 ECS 的研究不足进行了补充。本文主要分为两步进行,一是针对不同参数组合下基准计算域 $2\pi \times 2.4 \times 2$ 中的相对周期轨道解进行探讨,总结 Re 数、 Ha 数对精确相干态一相对周期轨道解的具体影响;二是针对拓展展向尺寸得到的行波解进行探讨,总结展向尺寸 L_y 、 Ha 数对精确相干态一行波解的具体影响。本文针对不同法向磁场强度下槽道流层流-湍流过渡中精确相干态的研究,为磁流体中转捩路径的预测以及湍流演化机理的深入理解提供了有效的理论指导。本文整体研究思路如图 1-3 所示。

本文章节内容安排如下:第 2 章,主要介绍了本研究涉及到基本物理模型与理论方程、具体参数设置、寻找 ECS 的常用方法以及本文采用的轨迹跟踪方法的具体原理;第 3 章,对基准计算域中低 Re 数(3000-10000)和高 Re 数(10000-50000)下的 ECS 一相对周期轨道解(RPO)进行了计算,并且施加不同强度的法向磁场,对不同参数组合下的轨道周期、各方向扰动能分量、自维持机制、均方根扰动速度以及流场结构进行对比分析,分析了法向磁场对于 RPO 的影响;第 4 章,对前一章的固定计算域在展向尺寸上进行扩展,对较大计算域中的 ECS 一行波解(TW)进行了研究,对比分析施加磁场前后不同展尺寸对应的流场结构、行波解能量演化以及行波速度,从而总结不同磁场强度对于 TW 的

影响；在第 5 章中，对本文研究内容的主要结论进行了总结，并对未来的研究进行展望。

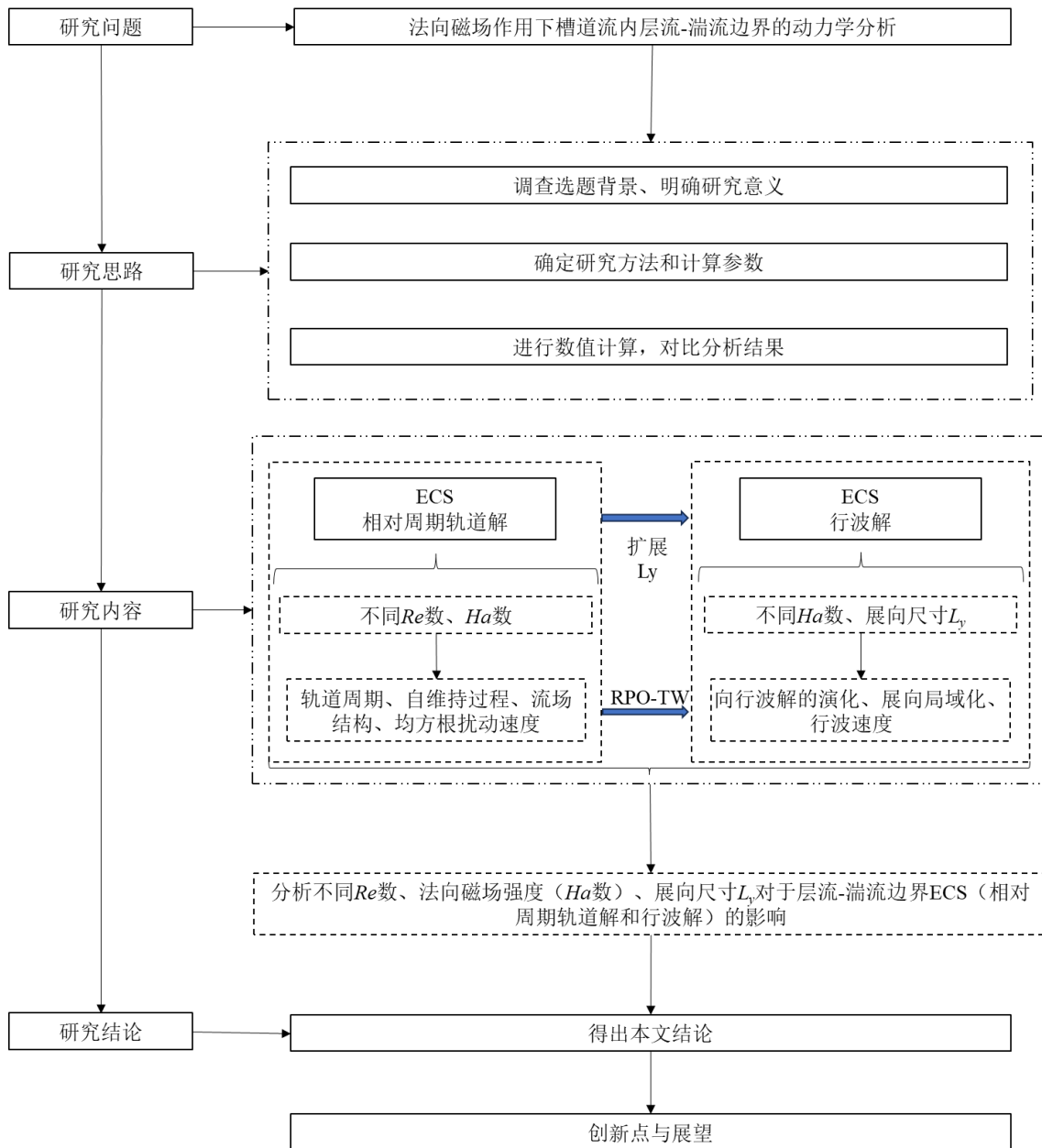


图 1-3 本文整体研究思路

第 2 章 数值模型与方法

2.1 物理模型与方程

2.1.1 物理模型

本文选取的物理模型为通道高度 $2h$ 的槽道泊肃叶流，上下壁面固定，在沿流向 x 轴方向施加恒定的流向压力梯度 dp/dx ，流动介质为牛顿不可压缩导电流体，密度为 ρ ，运动粘度为 ν 。其中 y 为展向方向， z 为壁面法向方向，参考速度为泊肃叶流中心线速度 U ，并且在垂直于流动的壁面法向 z 方向上施加均匀稳定的磁场 B_0 。

2.1.2 控制方程

本文考虑不可压缩导电流体的流动(如液态金属等)，施加恒定均匀的法向磁场 B_0 ，穿过流场产生感生电流 $\mathbf{j}$ ，从而产生感生磁场 $\mathbf{b}$ 。电流和总磁场 $\mathbf{B}=\mathbf{B}_0+\mathbf{b}$ 之间的相互作用产生洛伦兹力，对流场产生影响。但由于磁雷诺数(Re_m)远小于 1，而流场雷诺数较大(公式 2-1)，并且 $\mathbf{b} \ll \mathbf{B}_0$ 。因此，感生磁场可以忽略不计，即满足低磁雷诺数假设^[83]：

$$Re_m = \frac{UL}{\eta} \ll 1 \quad (2-1)$$

其中， $\eta=(\sigma\mu)^{-1}$ 是磁扩散率， μ 是自由空间的磁导率， σ 是流体的电导率。低磁雷诺数假设将液态金属的磁流体动力学与天体物理、地球物理或以大 Re_m 为特征的等离子体区分开来。由于流动引起的感生磁场 $\mathbf{b}$ 要远小于施加的均匀法向磁场 B_0 ，且感生磁场 $\mathbf{b}$ 和由导电流体穿过磁场引起的电流扰动，瞬时调整到与时间相关的速度场。定义单位体积的洛伦兹力为：

$$\mathbf{F}=\mathbf{j} \times (\mathbf{B}_0+\mathbf{b}) \approx \mathbf{j} \times \mathbf{B}_0 \quad (2-2)$$

$$\mathbf{j}=-\nabla\phi+\mathbf{u} \times \mathbf{B}_0 \quad (2-3)$$

其中， $\mathbf{u}=(u, v, w)$ 表示速度矢量， u 、 v 、 w 分别表示流向方向(x)，展向方向(y)，壁面法向方向(z)的速度分量。由于流体是导电的，电流密度 $\mathbf{j}$ 满足散度自由约束 $\nabla \cdot \mathbf{j}=0$ ，因此静电势 ϕ 的泊松方程：

$$\nabla^2\phi=\nabla \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{B}_0) \quad (2-4)$$

在各种关于低磁雷诺数的研究中^[83, 87]，已经证实了准定常近似(2-2)-(2-4)的准确性。因此施加均匀的法向磁场后，简化后的无量纲控制方程组^[87]为公式

(2-5)-(2-8)，在无量纲化过程中，以中心线速度 U 、通道高度的一半 h 和磁场强度 B_0 作为速度尺度、长度尺度和磁场尺度，从而进一步推导出时间尺度 h/U_0 、压力尺度 ρU_0^2 、电流尺度 $\sigma B_0 U_0$ 和电势尺度 $h B_0 U_0$ 。因此，准定常近似下的无量纲 MHD 控制方程组为：

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2-5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{HaR} \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{Ha}{R} (\mathbf{j} \times \mathbf{e}_z) \quad (2-6)$$

$$\mathbf{j} = -\nabla \phi + \mathbf{u} \times \mathbf{e}_z \quad (2-7)$$

$$\nabla^2 \phi = \nabla \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{e}_z) \quad (2-8)$$

式中， p 为压强， $\mathbf{e}_z$ 表示法向磁场方向的单位矢量。该式中包含无因次参数 Re 和 Ha ：

$$Re = \frac{Uh}{\nu} \quad (2-9)$$

$$Ha = B_0 h \sqrt{\frac{\sigma}{\rho \nu}} \quad (2-10)$$

假定两壁面完全绝缘且无滑移，边界条件为：

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = \pm 1 \quad (2-11)$$

$$u = v = w = 0 \quad \text{at } z = \pm 1 \quad (2-12)$$

为准确求解精确相干态的流场结构，我们采用基于伪谱方法^[87]的高精度直接数值模拟来求解控制方程(2-5)-(2-8)。在流向和展向方向上，设置为周期性边界条件，对求解变量进行了傅里叶级数展开；法向方向上，由于壁面条件的设置，对求解变量进行了切比雪夫多项式展开。在时间步进上，对控制方程(2-5)-(2-8)中的线性项采用了隐式欧拉向后差分格式，对非线性项则采用了显式亚当斯-巴什弗恩(Adams-Bashforth)差分格式。

2.1.3 参数设置

Jimenez 和 Moin^[17]在研究小计算域内的湍流相干结构演化时，提出最小流动单元 MFU 为 $L_x^+ \approx 300$ ， $L_z^+ = 100$ 。当计算域尺寸小于该 MFU 时，湍流无法持续存在衰减至层流；当计算域尺寸大于该 MFU 时，湍流能够持续存在。Waleffe^[36]在对 N-S 方程的非线性解研究中提出了基准计算域 $2\pi \times 2.4 \times 2$ ，因此本文对这一计算域进行了验证，发现小于该计算域时如 $\pi \times 2.4 \times 2$ 、 $2\pi \times 1.2 \times 2$ ，流动无法维持湍流状态存在从而无法捕捉到层流-湍流边界的 ECS；当大于该计

算域时如 $2\pi \times 2.8 \times 2$ 能够获得 ECS, 但需要更高的网格精度, 耗费更多计算资源, 因此本文最终将基本计算区域选取为 Waleffe^[36] 提出的基准计算域 $2\pi \times 2.4 \times 2$ 。

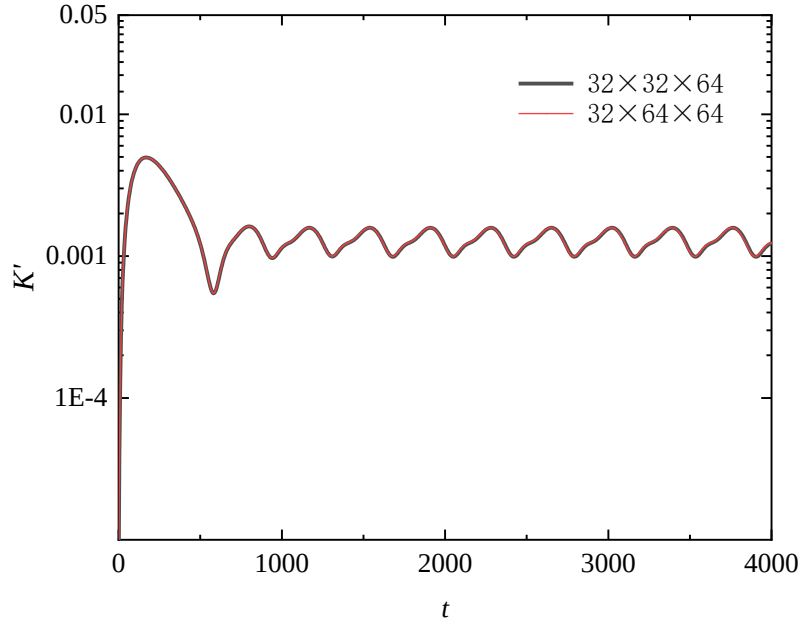


图 2-1 网格尺寸为 $32 \times 32 \times 64$ 、 $32 \times 64 \times 64$ 对应的扰动能量演化

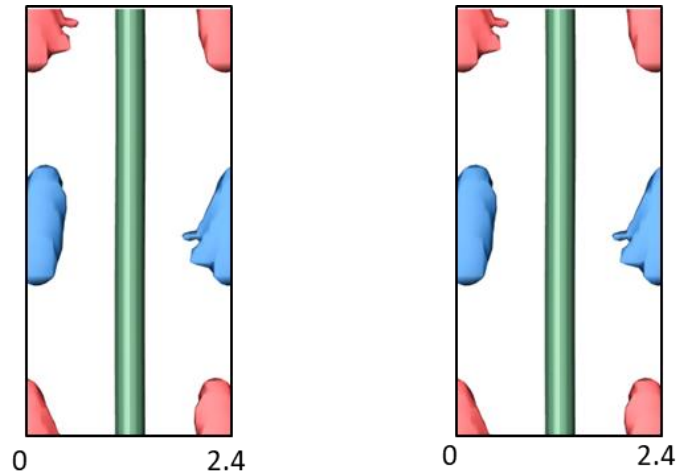


图 2-2 网格尺寸为 $32 \times 32 \times 64$ (左)、 $32 \times 64 \times 64$ (右)相同时刻的流场结构

以 $2\pi \times 2.4 \times 2$ 为基准单元, 我们测试了不同网格节点数 流向(N_x) $\times$ 展向(N_y) $\times$ 法向(N_z) = $32 \times 32 \times 32$, $32 \times 32 \times 64$, $32 \times 64 \times 64$ 在相同初始条件下对于 ECS 的影响。对比发现, $32 \times 32 \times 32$ 网格节点数较少无法得到 ECS, 而 $32 \times 64 \times 64$ 网格数计算时间较长, 耗费更多的计算资源, 并且计算后得到的 ECS 与 $32 \times 32 \times 64$ 时的 ECS 基本无差别。两种情况对应的 ECS 扰动能量演化曲线几乎完全重合如图 2-1 所示, 图中, K' 定义为总扰动能 E_p 与总能量 E 的比值:

$$K' = \frac{E_p}{E} = \frac{\frac{1}{V} \int_V \left[(u - u_{lam})^2 + v^2 + w^2 \right] dV}{\frac{1}{V} \int_V (u^2 + v^2 + w^2) dV} \quad (2-13)$$

为进一步验证其流场结构是否受网格精度的影响，取相同时刻的流场结构如图 2-2 所示，图中绿色部分表示 $u^+ = -2$ 的等值面，蓝色和红色分别对应于流向涡度 $\omega_x = \pm 0.65\omega_{max}$ 的等值面。因此在该计算尺寸下最终将网格节点数设置为 $32 \times 32 \times 64$ ，但后续随着计算域尺寸的增大，需要相应的增加网格精度以保证计算的准确性。

2.2 研究方法

2.2.1 寻找 ECS 的常用方法

N-S 方程的线性解可以通过解析和数值方法找到，例如槽道库埃特流与泊肃叶流中的稳定层流状态，但非线性解(不变解)很难获得，求解此类解过程中最关键的问题在于提供最接近解的初始分布。在对这一问题的研究上，当前广泛使用的方法主要分以下几种：

(1)同伦法：该方法主要通过引入一个收敛控制参数，利用延拓的方法求解参数变化时的解。Waleffe^[36, 37, 64]曾提出人为强制产生流向漩涡，诱导生成流向条带，在临界振幅下，条带变得不稳定。条带的不稳定性与行波解的分叉一致，跟踪到零强迫振幅，再利用同伦方法获得其他流动中的解。这种情况下得到的一般为下分支解，已经有很多学者成功的利用同伦方法在泰勒-库埃特流^[61]、库埃特流^[5]以及槽道泊肃叶流^[36, 37]之间建立了连接。

(2)递归法：该技术主要涉及到研究周期性模式扰动流场的时间演化，显示伪周期模式的时间序列数据的部分作为搜索其他解的初始分布，该方法已经成功用于寻找 N-S 方程的平衡态、周期轨道解和行波解。

(3)投影：将已知解的低秩投影作为搜索其他解的初始分布，投影速度场与已知解相似，并保持其主要的流动特征基本不变，投影域的结构也来源于已知解。

(4)轨迹跟踪：这种方法主要通过改变速度场的初始振幅，追踪位于层流-湍流状态空间边界上的时间流场(既不属于层流也不属于湍流)，即所谓的边界状态，被用作搜索解的初始分布。Dugue 和 Kerswell^[14]，Wills^[91]，Hwang^[92]等人利用该方法获得 N-S 方程不变解，Wills^[93]随后又利用一种相关但更为复杂的方法，通过在线反馈控制来修改 Re 数，以自动实现相同的效果。

2.2.2 本文研究方法

基于上述的方法调研,我们延续 Duguet^[14]在研究中采用的轨迹跟踪法,获得层流-湍流边界的 ECS。这一方法的提出,最初源于人工生命领域的学者 Langton^[94]在研究一维元细胞自动机问题时定义了一个参数 λ ,当值为 1 时,自动机呈现一种十分混乱的“活”状态,当值为 0 时,自动机呈现一种高度有组织的“死”状态,介于 0-1 之间的特定值,系统将会稳定到特定的边界状态,介于两种状态之间。数学家 Farmer^[95]创造了“混沌边界”这一概念用来描述该边界状态,随后这一概念被广泛应用于生物系统、经济学和社会学等多种领域。

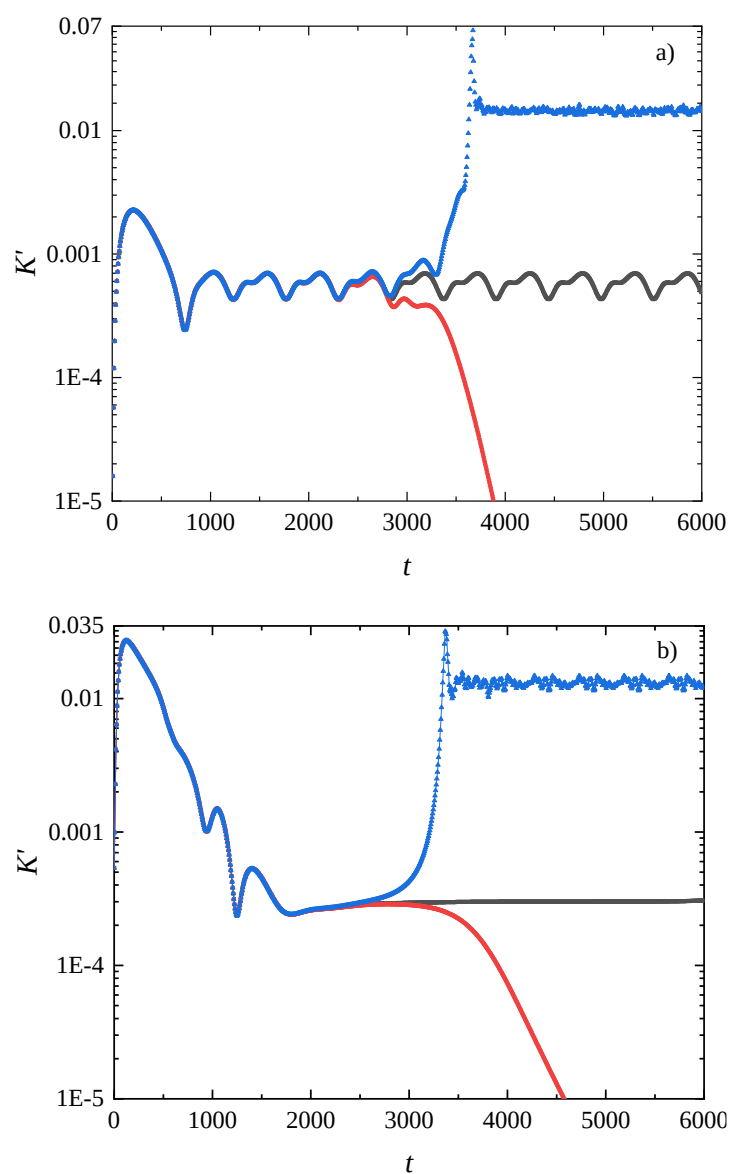


图 2-3 层流-湍流边界上的轨迹跟踪示例, a)边界状态为相对周期轨道解(详见第 3 章); b)边界状态为非线性行波解(详见第 4 章)

在层流-湍流过渡的动力系统理论中，混沌态的边界被定义为相空间表面，将衰减至层流态的区域与具有混沌动力学的区域分隔开来^[13, 96]。该边界状态是混沌态边界的吸引子，可以是平衡点^[97]、周期轨道解^[10, 11, 74]或非线性行波解^[36]，即我们上文所提到的 ECS。当混沌态边界的维数为 $N-1$ 时，相空间的维数则为 N ，此时可以通过二分单一参数^[11, 98]来寻找混沌态的边界状态，这也是轨迹跟踪法的基本原理。利用该方法逼近 $N-S$ 方程的非线性解(平衡态、周期轨道解或是行波解)，最终得到的通常是下分支解。

本文中，我们在槽道泊肃叶层流基本流中加入初始扰动来实现轨迹跟踪，该扰动预乘一个控制振幅 λ ：

$$\mathbf{u}_0 = \mathbf{U} + \lambda \mathbf{u}_0' \quad (2-14)$$

假设我们已知 λ_L 和 λ_T ，它们的初始条件分别对应于向层流衰减和向湍流演化。在区间 $[\lambda_L, \lambda_T]$ 中进行标准二等分来确定值 $\lambda = (\lambda_L + \lambda_T)/2$ 所对应的是层流还是湍流，进而确定新的 λ_L 或 λ_T ，随后将新区间长度减半，重复迭代二等分过程最终得到区间的域值 λ_0 。在计算过程中，当控制参数的相对误差小于 $2|\lambda_T - \lambda_L|/(\lambda_L + \lambda_T) < \varepsilon_{\text{edge}}$ 时停止迭代，在本文中，我们认为 $\varepsilon_{\text{edge}} = 10^{-14}$ 时，将充分接近边界状态，如图 2-3 为相对周期轨道解和行波解轨迹跟踪的例子。

本文计算中，我们设置初始条件为层流泊肃叶流受到一个振幅为 A_1 的流向漩涡叠加以一个振幅为 A_2 的展向正弦波扰动，施加中平面反射对称性 $\{u, v, w\}(x, y, z) = \{u, v, -w\}(x, y, -z)$ 。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}_0 &= \{U(z), 0, 0\} + A_1 \left\{0, -\frac{\partial \psi_0}{\partial y}, -\frac{\partial \psi_0}{\partial z}\right\} + A_2 \{0, \omega_{\sin}, 0\} \\ \psi_0(y, z) &= (1 - z^2) \sin(\pi z) \sin\left(-\frac{2\pi y}{L_y}\right) \\ \omega_{\sin}(x, z) &= (1 - z^2) \sin\left(\frac{2\pi x}{L_x}\right) \end{aligned} \right\} \quad (2-15)$$

其中， $\psi_0(y, z)$ 表示流向漩涡有关的流函数， $\omega_{\sin}(x, z)$ 表示展向正弦波有关的波函数，初始速度场与层流泊肃叶解 $U_{lam} = 1 - z^2$ 具有相同的体积通量，且遵循强制对称性。对 A_1 进行二等分，且在计算中保持 $A_2/A_1 = 1/10$ 的相对小的比率，允许条纹不稳定性的发展^[26, 92]。当 A_1 较大时，流场受到初始扰动激发，转捩至湍流；当 A_1 较小时，流场经过瞬态增长，最终回落到层流；当 A_1 取合适的值时，即可获得流场中的 ECS。以上寻优过程可通过二分法进行，直至 ΔA_1 满足一定的精度要求，本文满足 $|\Delta A_1| \leq 1.0 \times 10^{-14}$ 。

2.3 本章小结

本章主要对研究过程中采用的物理模型、控制方程以及研究方法进行了介绍与说明，针对模型的计算域尺寸以及网格节点数进行了无关性验证。论述了施加磁场后的导电流体在流场中对应的无量纲完整 N-S 控制方程组以及设置的边界条件，对本文主要使用的轨迹跟踪法的发展历程及具体的计算原理进行了介绍，陈述了磁场作用下槽道泊肃叶流层流-湍流边界精确相干态的计算方法的具体原理，为本文的整体研究提供了理论基础。

第 3 章 法向磁场下相对周期轨道解的特性分析

本章采用上述高精度的直接数值模拟结合动力学研究方法，对基准计算域 $2\pi \times 2.4 \times 2$ 中的精确相干态 ECS—相对周期轨道解(RPO)进行了计算。首先在较低 Re 数(3000-10000)时获得了 RPO，并对施加磁场前后的周期长度、各方向扰动能分量、自维持机制、流场结构以及均方根速度进行对比分析；随后将解延续到更高 Re 数(10000-50000)，并对高 Re 数、高 Ha 数的 RPO 进行了探究；最后对不同 Re 数对应的能够获得 ECS 的临界 Ha 数以及能够观察到层流-湍流转换的临界 Ha 数进行了总结。

3.1 无磁场时的 RPO

3.1.1 RPO 的周期演化

在本节中，我们利用上述方法，对基准计算域 $2\pi \times 2.4 \times 2$ ，较小雷诺数 ($Re < 10000$) 进行轨迹跟踪，在不同雷诺数下均得到了 RPO，这与 Rawat^[74]在 2014 年研究中得到的 ECS 相似。当 $Re=3000$ 时，对初始扰动的振幅 A_1 进行二分法优化，在合适的 A_1 值附近获取槽道流的 ECS，能量演化过程结果如图 3-1 所示。

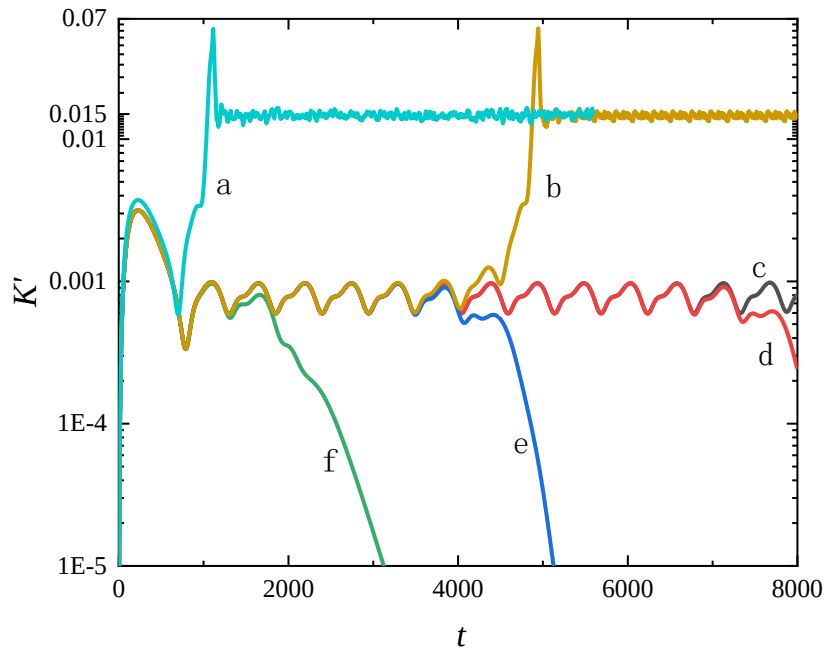


图 3-1 $Re = 3000$ 时不同 A_1 值下流场的扰动能演化过程

图中，当 K' 数值较大时(约为 0.015)，流场为湍流； K' 数值较小时(低于 1.0×10^{-5})，流场为层流。由 a 到 f， A_1 值依次减小，其中曲线 a 对应 A_1 为 2.73437525612，曲线 f 对应 A_1 为 2.50549316406。显而易见， A_1 较大时，流场

快速转捩至湍流, A_1 较小时, 流场快速回落至层流。当 A_1 靠近边界 ECS 的 A_1^{cr} 时, 流场经历振荡, 最终过渡至湍流($A_1 > A_1^{cr}$), 例如曲线 a, b, 或回落至层流($A_1 < A_1^{cr}$), 例如曲线 e, f。图中曲线 c 和曲线 d 的初始 A_1 值之差 1.0×10^{-14} , 而曲线 c 对应的流场最终过渡到湍流(图中未展示), 曲线 d 对应的流场则回落至层流。在层流和湍流之间存在着一个边界态, 本章中获得的边界态均对应 N-S 方程的相对周期轨道解。

图 3-1 中的扰动能量二分演化过程说明介于层流-湍流之间的边界态无法长时间稳定存在, 容易受到扰动最终衰减至层流或过渡到湍流, 我们对初始扰动振幅为 A_1^{cr} 时的边界态各方向脉动速度进行了描述如图 3-2 所示, 能够更直观的观察边界态受到扰动后的变化趋势。其中, $\|u'\|^2 = 1/V \int_V (u - u_{lam})^2 dV$, $\|v'\|^2 = 1/V \int_V v^2 dV$, $\|w'\|^2 = 1/V \int_V w^2 dV$ 。蓝色曲线表示边界状态(RPO), 图中绿色曲线表示从边界态回落至层流, 红色曲线表示从边界态过渡至湍流。

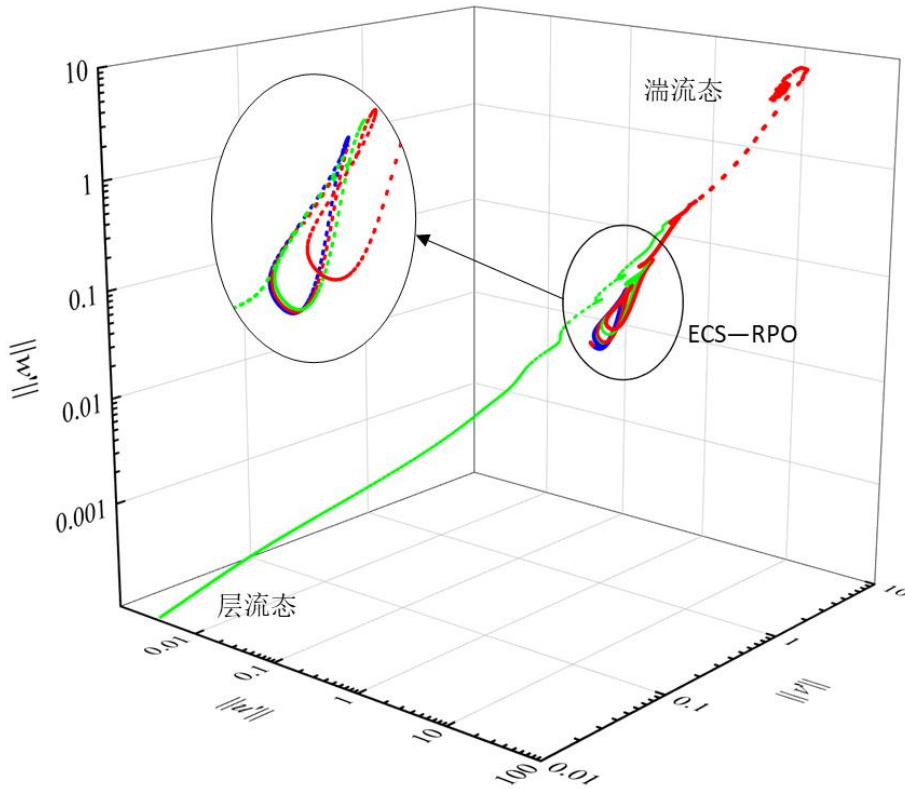


图 3-2 $Re=3000$ 时, 相空间边界状态 RPO 示意图

图 3-1 中可以看出, RPO 的能量演化呈现规律周期性变化, 为观察到流向速度分量的变化情况, 我们取 $x=0, z=0$ 轴线和 $x=0, y=0$ 轴线上的 u 在流场中的演化过程如图 3-3 所示。从图中可以明显看到与图 3-1 中一致的规律周期性变化, 值得注意的是在图 3-3 a) 中观察到每经历半个周期, u 向 y 方向平移 $L_y/2$, 经历一个周期后回到原始位置, 所以一个完整周期对应到图 3-1 的能量演化图上包括两个波峰和波谷。

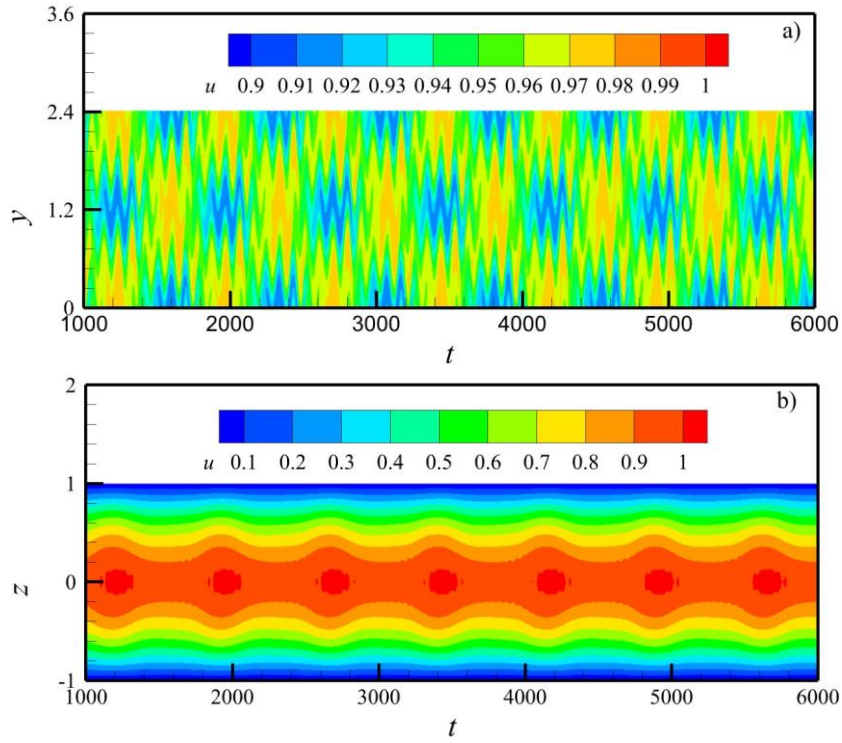
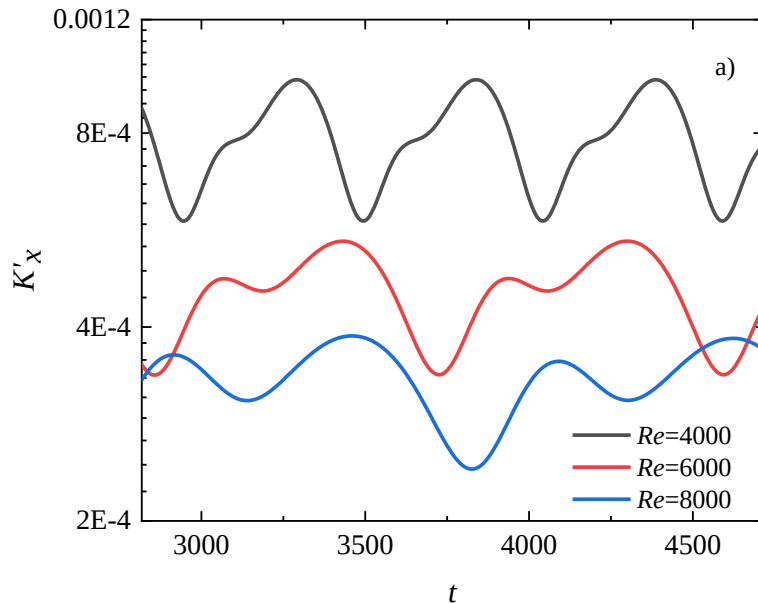


图 3-3 a) $Re=3000$ 时, $x=0$ 、 $z=0$ 轴线上 u 的周期变化情况; b) $x=0$ 、 $y=0$ 轴线上 u 的周期变化情况

通过不同雷诺数下获得的 RPO 对比发现, 这些解的轨道周期随 Re 数的增大而增大($Re=4000$, $T=1090$; $Re=6000$, $T=1737$; $Re=8000$, $T=2332$), 各方向扰动能量分量均随 Re 数的增大而减小, 如图 3-4 所示。另外从图中可以看出, RPO 的速度波动主要集中在壁面法向方向, 在流向和展向较弱, 并且能量上升阶段相比于衰减阶段时间随 Re 数增大而增长更为明显, 这可能与流场结构的变化有关。这一变化趋势与 Rawat^[74]研究中的周期、能量变化情况基本一致。



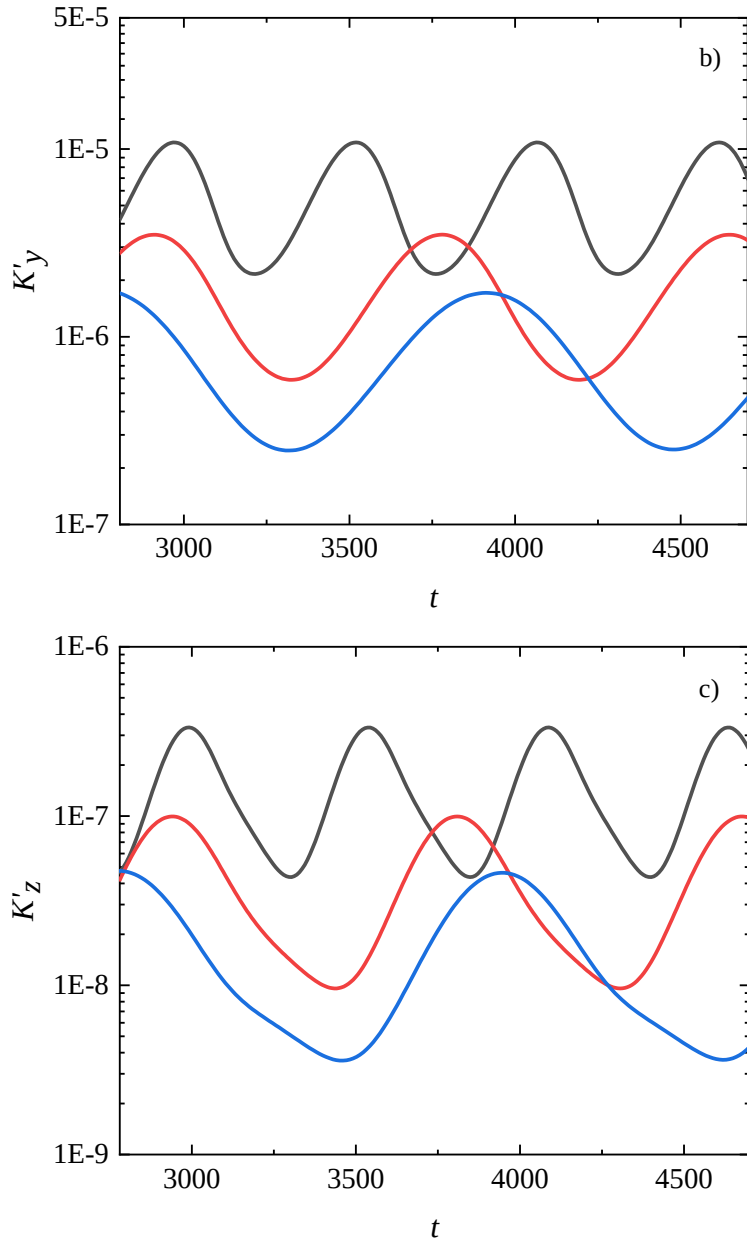


图 3-4 $Re=4000$ 、 6000 、 8000 时，a)流向 $K'x$ 、b)展向 $K'y$ 、c)法向 $K'z$ 扰动能分量随时间的演化情况

3.1.2 RPO 的自维持机制

流向条带与漩涡之间存在自维持循环机制，图 3-5 中描述了 $\|u'\|$ - $\|v'\|$ 平面上 RPO 的流向条带与漩涡振幅之间的转化情况，以及不同时刻各方向能量变化情况。其中 $\|u'\|^2$ 表示流向条带的振幅， $\|v'\|^2$ 表示展向速度扰动能量，可以近似反应流向漩涡的振幅。当 $\|u'\|$ 较大， $\|v'\|$ 较小时，流场内出现流向条带结构，对应图 3-5 a) 中的 c 点；当 $\|u'\|$ 较小， $\|v'\|$ 较大时，流场内出现流向漩涡结构，对应图 3-5 a) 中的 a 点。a→b→c 过程，由于提升效应^[98]，流向漩涡生成流向条带结构；

$c \rightarrow d \rightarrow a$ 过程流向条带结构变弱，在其两侧重新生成流向漩涡结构。上述过程形成了闭环循环，这与湍流结构自维持动力学循环过程基本一致^[6]。

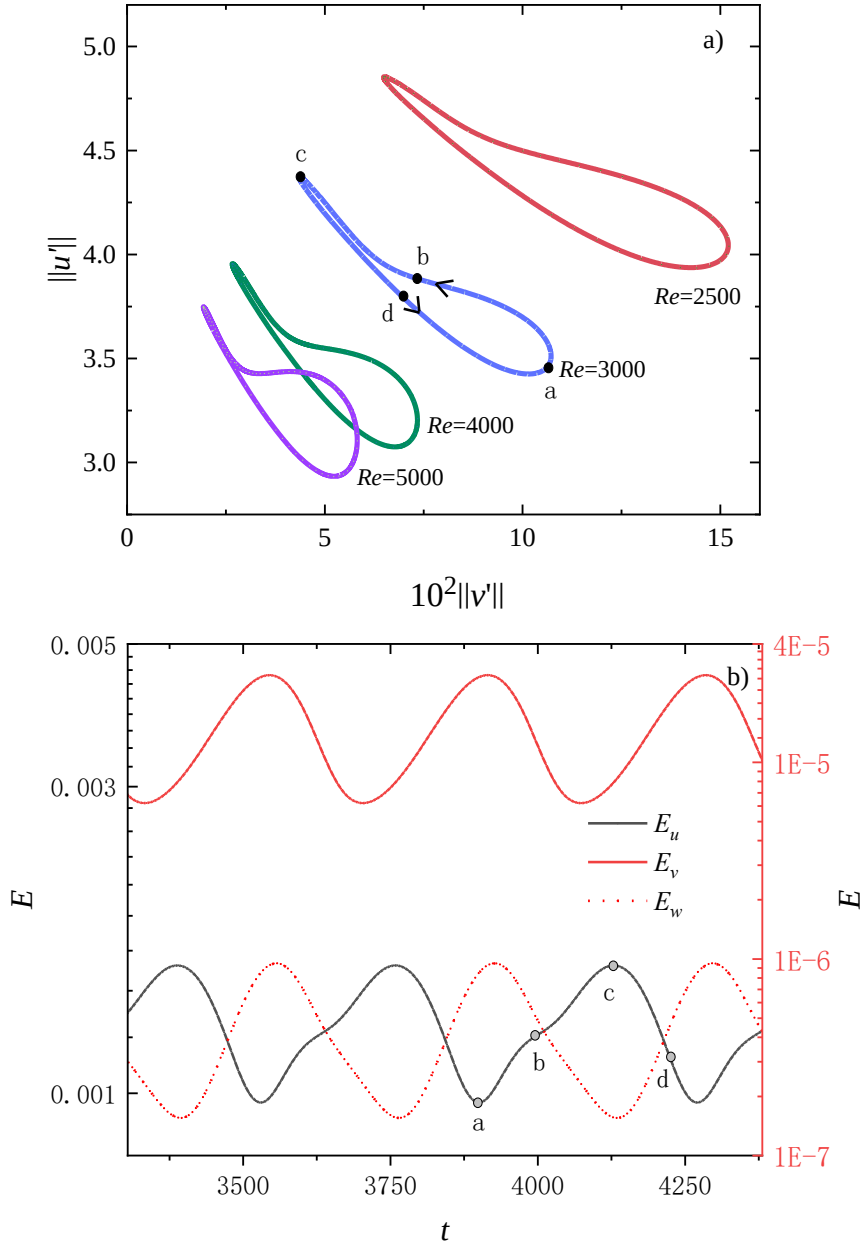


图 3-5 a)不同 Re 数下 $\|u'\|$ - $\|v'\|$ 平面上 RPO; b) $Re=3000$ 时一个周期内不同时刻的能量 E_u , E_v , E_w

图 3-5 b)展示了 $Re=3000$ 时不同时刻各方向扰动能量的变化情况，其中，a 到 d 4 个点分别与图 3-5 a)中相对应。图中 $E_u=1/V \int_V (u-u_{lam})^2 dV$ 、 $E_v=1/V \int_V v^2 dV$ 、 $E_w=1/V \int_V w^2 dV$ 分别表示流向、展向、法向的扰动能分量，值得注意的是流向扰动能分量比展向和法向对应的扰动能高出 3 个数量级，因此 RPO 主要由流向结构组成。因此， E_u 能量上升过程对应条带的形成，能量的下降过程对应条带破碎，这说明条带生成过程较慢，而分解过程较快。

周期性自维持循环过程由流向条带和漩涡结构在流场中互相转换构成，并且一个周期对应两次自维持过程。 $Re=3000$ 时不同时刻的流场结构演化如图 3-6 所示，图中 a)-d) 显示了循环期间的流场分布，分别对应于图 3-4 a) 曲线上的点 a-d。其中，橙色 x - y 平面为流向条带结构，表示最大流向速度的 75%，绿色和蓝色分别表示流向涡量 ω_{max} 的 $\pm 50\%$ ，垂直切面为 z 平面上的速度切面，通道中心部分速度最大，向壁面两侧速度逐渐减小。

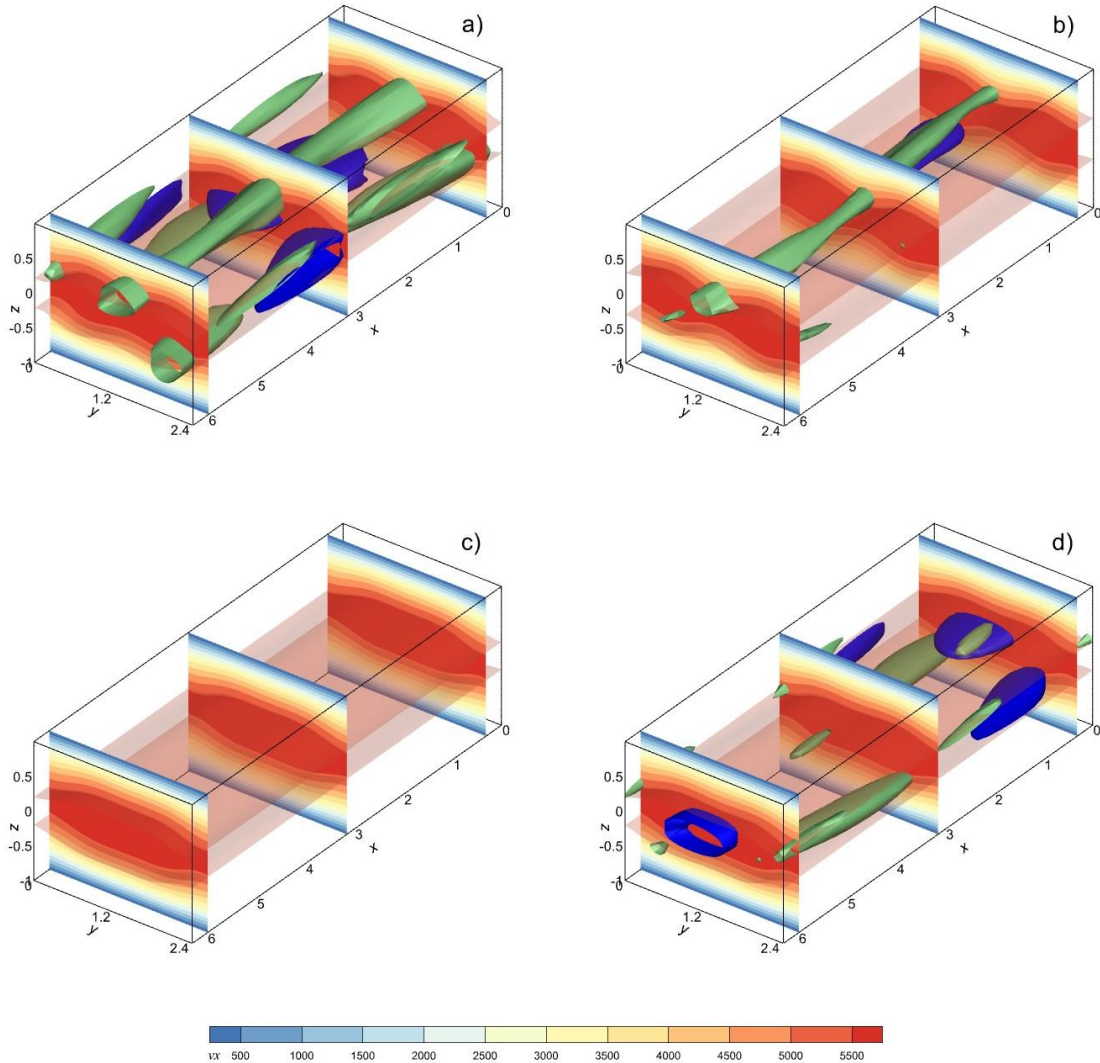


图 3-6 $Re=3000$ 时，周期轨道对应的流场结构演化过程，a) 流向漩涡主导；b) 流向漩涡向条带的过渡；c) 流向条带主导；d) 条带向漩涡的过渡

在图 3-6 a) 中观察到明显的流向漩涡结构，此时条带振幅较小而漩涡振幅最大，并且在此阶段图 3-5 中流向扰动能位于 RPO 的最低点，而展向和壁面法向的扰动能相应的达到最高值；图 3-6 b) 表示流向漩涡向条带的过渡，漩涡结构逐渐变弱，此时图 3-5 中展向和法向扰动能逐渐减小，流向扰动能增大；图

3-6 c)中几乎看不到漩涡结构,只有更为明显的条带,这表明漩涡已经完全转化为条带结构,对应于图 3-5 中流向扰动能最大,展向和法向扰动最小的时刻;图 3-6 d)标志着流向条带向漩涡的转换。经历图 3-6 中 a)到 d)循环后,流向漩涡在展向方向上移动 $L_y/2$,然后以同样的方式重复循环回到原来的位置,这是一个完整的周期,与图 3-3 中观察到的现象一致,对应于图 3-5 a)和图 3-6 中展示的两个循环过程。

1997 年,Jeong^[38]采用条件采样的方法提取了槽道流中主要漩涡结构,得到了湍流近壁面相干结构。发现漩涡结构沿流向和展向方向呈现不同程度的倾斜,且流向上的倾角大于展向方向上的倾角。本文取 $Re=3000$ 、 5000 、 7000 时的同一时刻的 RPO 流场结构,如图 3-7 所示(漩涡表示方式与图 3-6 一致)。从图中可以看出,随 Re 数增大,流向和展向方向的倾斜角基本不变,但流向倾角始终大于展向倾角,与 Jeong^[38]观察到的现象基本一致。同时这也表明,本文所研究的位于通道中心附近的精确相干结构与近壁面相干结构存在相似之处。

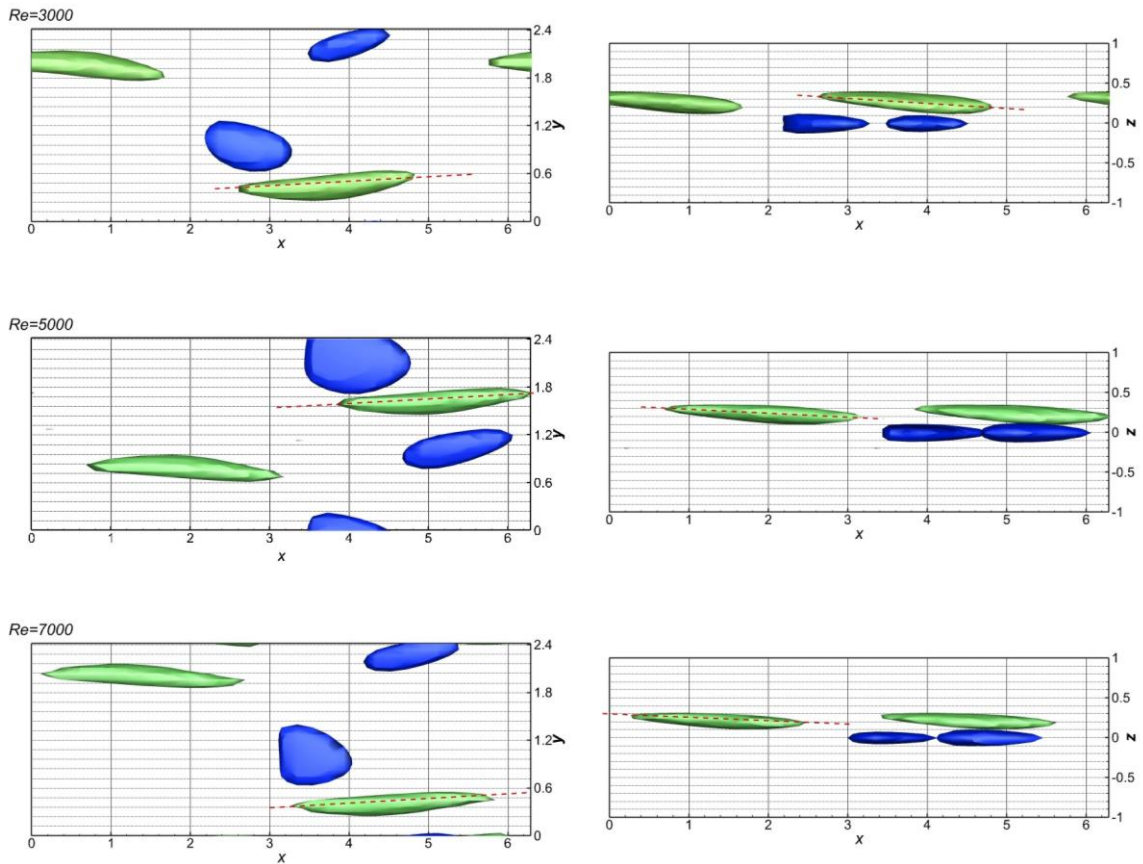


图 3-7 $Re=3000$ 、 5000 、 7000 时,漩涡结构在流向(x - y 平面)和展向(x - z 平面)平面的倾斜角

3.1.3 均方根速度分布

在本文所研究的槽道泊肃叶流中，平均速度场的形式为：

$$\bar{\mathbf{u}} = U(z)\mathbf{e}_x \quad (3-1)$$

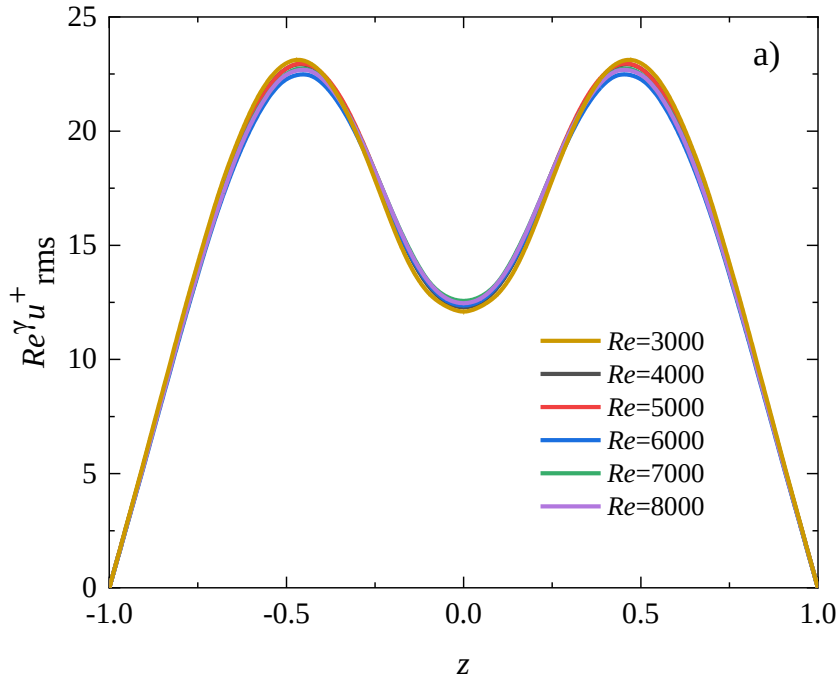
均方根扰动速度场为速度波动方差的平方根：

$$u_{i,rms} = \left[\overline{(u'_i)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3-2)$$

因此各方向均方根速度波动为：

$$\left. \begin{aligned} u_{rms} &= \left[\overline{(u-U)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \\ v_{rms} &= \left[\overline{v^2} \right]^{\frac{1}{2}} \\ w_{rms} &= \left[\overline{w^2} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (3-3)$$

从图 3-5 a) 中 RPO 的振幅变化曲线中可以看出，RPO 的整体振幅随 Re 数的增大而减小，这是处于混沌边缘的“下分支”解的典型特征^[68]。选取一个时间周期，对各方向均方根扰动速度进行统计平均如图 3-8 所示。结合图 3-4 各方向扰动能分量曲线变化发现，大部分扰动能都集中在流向方向分量(条带结构)中，且最大振幅位于 $z = \pm 1/2$ 附近，展向和法向的均方根扰动速度分布与通道中心的流向漩涡分布趋势基本一致。



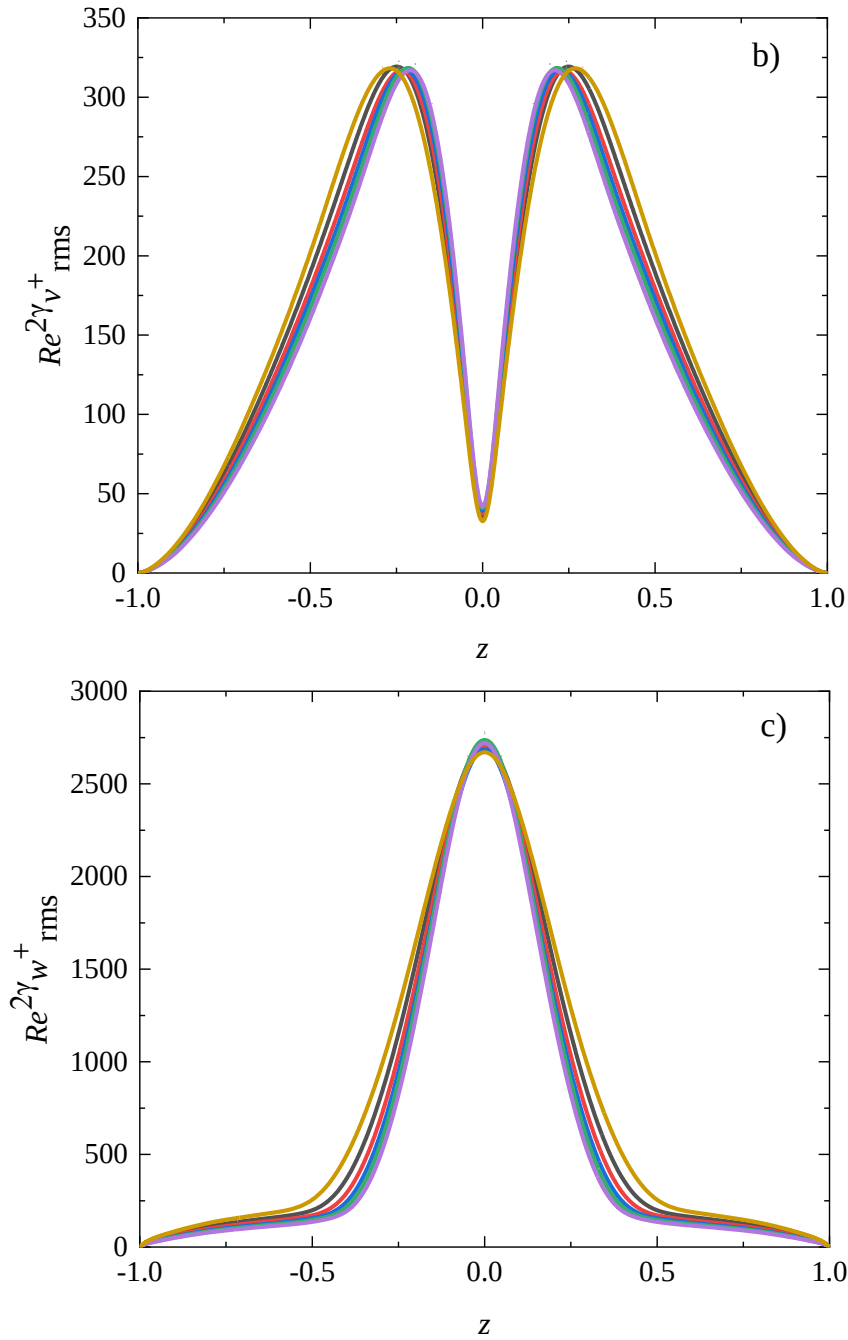


图 3-8 基于一个周期统计平均的均方根扰动速度分布，a)、b)、c)依次为流向、展向、法向上的分量

对比各曲线形状发现，不同 Re 数下的均方根扰动速度分布具有相似性，随着 Re 数增大，扰动振幅减小，流向方向减小趋势为 $Re^{-\gamma}$ ，展向和法向方向减小趋势为 $Re^{-2\gamma}$ ，其中 $\gamma \approx 0.78$ ，这与 Rawat^[74]得到的自相似现象基本一致。这表明，流向条带与流向漩涡振幅之比与 Re 数近似成比例，以上结果进一步揭示了，漩涡结构经瞬态增长^[98]，生成条带结构，对于 RPO 的自维持效应具有重要的作用。

3.2 磁场作用下的 RPO

上节中，我们在无磁场作用下的流场中获得了 RPO 及其流场结构，为探究法向磁场对于层流-湍流转捩过程及 ECS 的影响，在保持计算区域尺寸不变的情况下，施加垂直于流动方向(沿 z 方向)的法向磁场。由于磁场会抑制扰动和流动不稳定性^[16]，如果磁场强度足够大，即使在较大 Re 数下，流动也可能处于层流、过渡或是弱湍流状态，因此磁场强度应控制在一定范围内。实际上，在施加磁场后，判别流场状态的更合适的无量纲参数是 $R=Re/Ha$ ^[83]。当 $R>400$ 时，一般认为，法向磁场作用下的槽道流，流场为湍流； $R<400$ 时，流场为层流^[68]。我们在 $Re \leq 10000$ ， $Ha=0-10$ 的范围内进行了搜索，可以找到 ECS 的参数组合如图 3-9 所示，图中黑色星星表示能够找到 ECS 的，红色方块为磁场强度过大无法捕捉到 ECS。当 $Ha=0$ ， $Re=9000$ 、 10000 时，无法捕捉到 ECS，这是由于 Re 数较大流场不稳定，即使在很小的扰动下也会过渡到湍流状态^[91]，因此不易捕捉边界态。从整体来看，随 Re 数增大，能够施加的 Ha 数呈增加趋势。

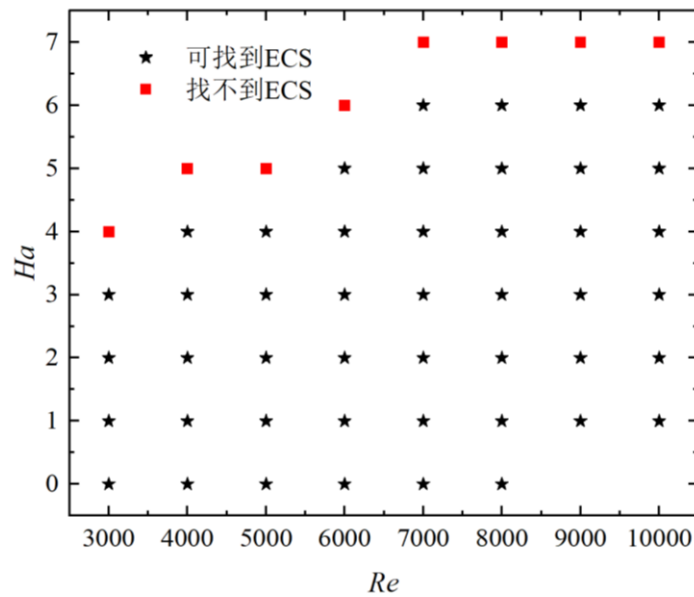
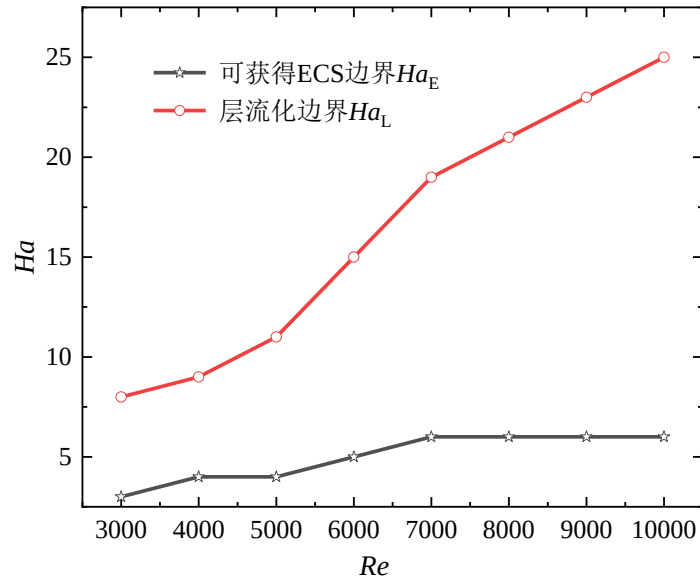
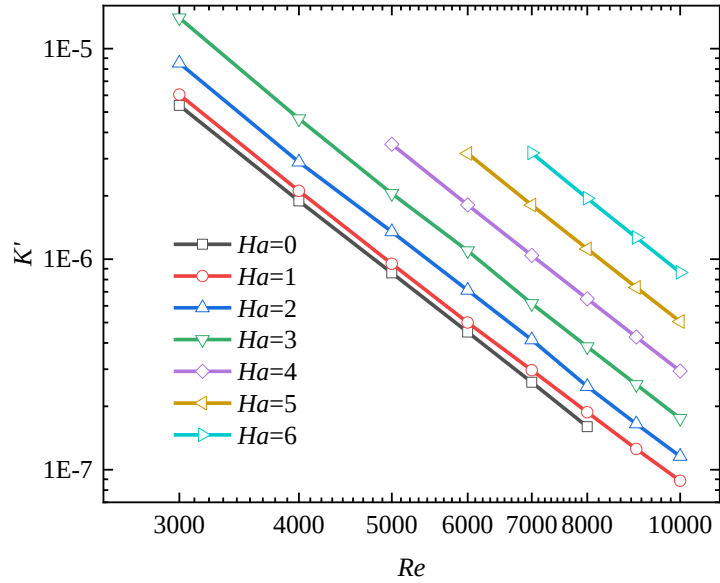


图 3-9 不同 Re 和 Ha 数下，可(未)找到 ECS 示意图

图 3-9 中所呈现的参数组合存在能够找到 ECS 的最大 Ha 数，但上述参数均能发生层流向湍流的过渡。为探究磁场强度对湍流的最大抑制程度，我们以湍流态为初始态，施加较强的磁场，观察湍流态能否持续存在，从而确定层流-湍流的转捩过程能否发生。如图 3-10 描述了可获得 ECS 的临界 Ha_E (黑线)以及层流化临界 Ha_L (红线)，当 $Ha \leq Ha_E$ 时，能够在流场中捕捉到 ECS；当 $Ha_E \leq Ha \leq Ha_L$ 时，能够发生层流-湍流过渡并且湍流可以持续存在，但此时无法捕捉到 ECS； $Ha \geq Ha_L$ ，流动逐渐衰减为层流态，无法在流场中观察到过渡过程。


 图 3-10 能够找到 ECS 以及层流化边界 Ha

 图 3-11 不同 Re 和 Ha 数下，精确相干态的扰动能

为确定捕捉到 ECS 时施加的初始扰动，不同 Ha 数下的 K' - Re 数据及其拟合曲线如图 3-11 所示，曲线对应流场中捕捉到 ECS 时施加的初始扰动能 K' ，大于该值则流场最终转换至湍流，小于该值则流场最终回落至层流。 K' 随 Re 数的增大而减小，在不同 Ha 数下获得 K' - Re^m 的标度律如表 3-1 所示。Farano^[92] 等人已经推导出相似的标度律，在无磁场时 K' - $Re^{-2.35}$ 。指数的差异可能来源于初始扰动，Farano 在研究中引入了最佳初始扰动，而本文研究引入了特定的初始扰动进行边界跟踪。随磁场强度增加，ECS 的扰动能 K' 增加，这是由于磁场

对扰动具有一定的抑制作用，从而使流场保持相对的稳定，因此需要施加更大的初始扰动才能获得非线性最优解 ECS。但是可以看出不同 Ha 数下的拟合曲线基本平行，这说明施加的法向磁场只改变 K' 值的大小，并不影响 K' 随 Re 数的整体变化规律。

表 3-1 不同 Ha 数对应的标度律

Ha	$K' \sim Re^{-m}$
0	$m=3.57$
1	$m=3.50$
2	$m=3.56$
3	$m=3.62$
4	$m=3.57$
5	$m=3.59$
6	$m=3.66$

3.2.1 磁场对周期的影响

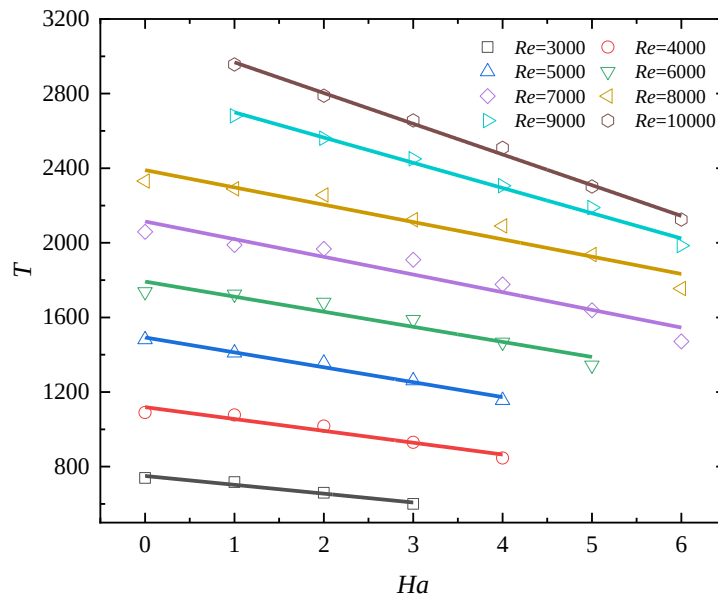


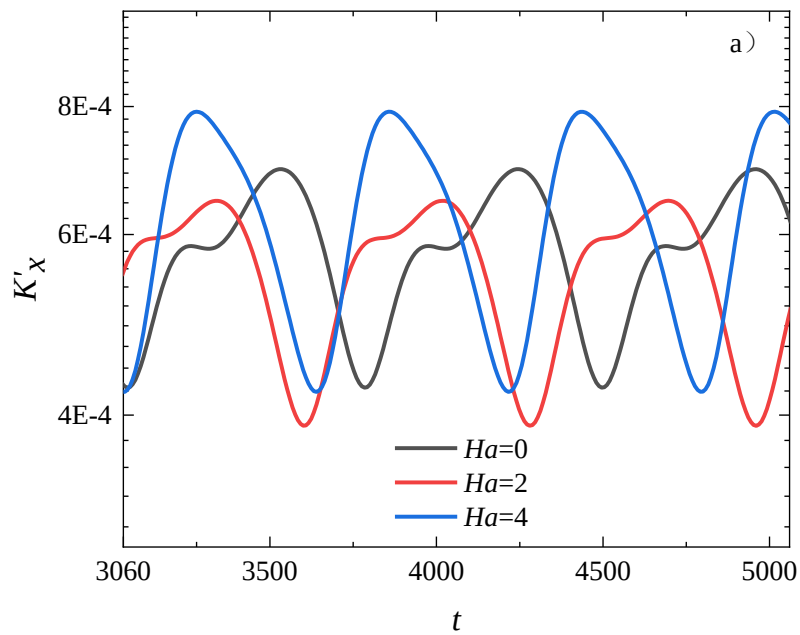
图 3-12 周期随 Re 、 Ha 数变化情况

为探究法向磁场强度对轨道周期长度的影响，我们统计了不同 Re 数和 Ha 数下所对应的周期如图 3-12 所示，在固定 Re 数下 RPO 的周期随 Ha 数的增大而减小，这表明周期长度 T 与 Ha 数之间具有相关性。根据图 3-12 中的数据点，总结了 $T=aHa+b$ 的线性关系如图表 3-2 所示。这是由于法向磁场对流向和展向

方向速度波动会产生抑制作用，当磁场强度增大时各方向扰动能分量波动幅度随之增大如图 3-13 所示，磁场作用会加速能量的上升阶段(流向方向尤为明显)，从而加速条纹向漩涡结构的转变，同时这种加速也导致了周期随磁场强度增大而减小。此外，与 K_x' 相比， K_y' 、 K_z' 随 Ha 数增大波动更接近于正弦振荡，一个合理的解释是此时 Re 数和 Ha 数值均较小，剪切应力和洛伦兹力的影响是有限的，因此这些规则的振荡可能是由流向涡和展向正弦波构成的初始扰动的残余。

表 3-2 不同 Re 数，周期 T 与 Ha 数的关系

Re	$T=aHa+b$	
	a	b
3000	-47.4	750
4000	-63.5	1119
5000	-79.9	1492.6
6000	-80.8	1792.2
7000	-92.7	2114.5
8000	-94.7	2389.9
9000	-135.2	2834.8
10000	-164.6	3132.4



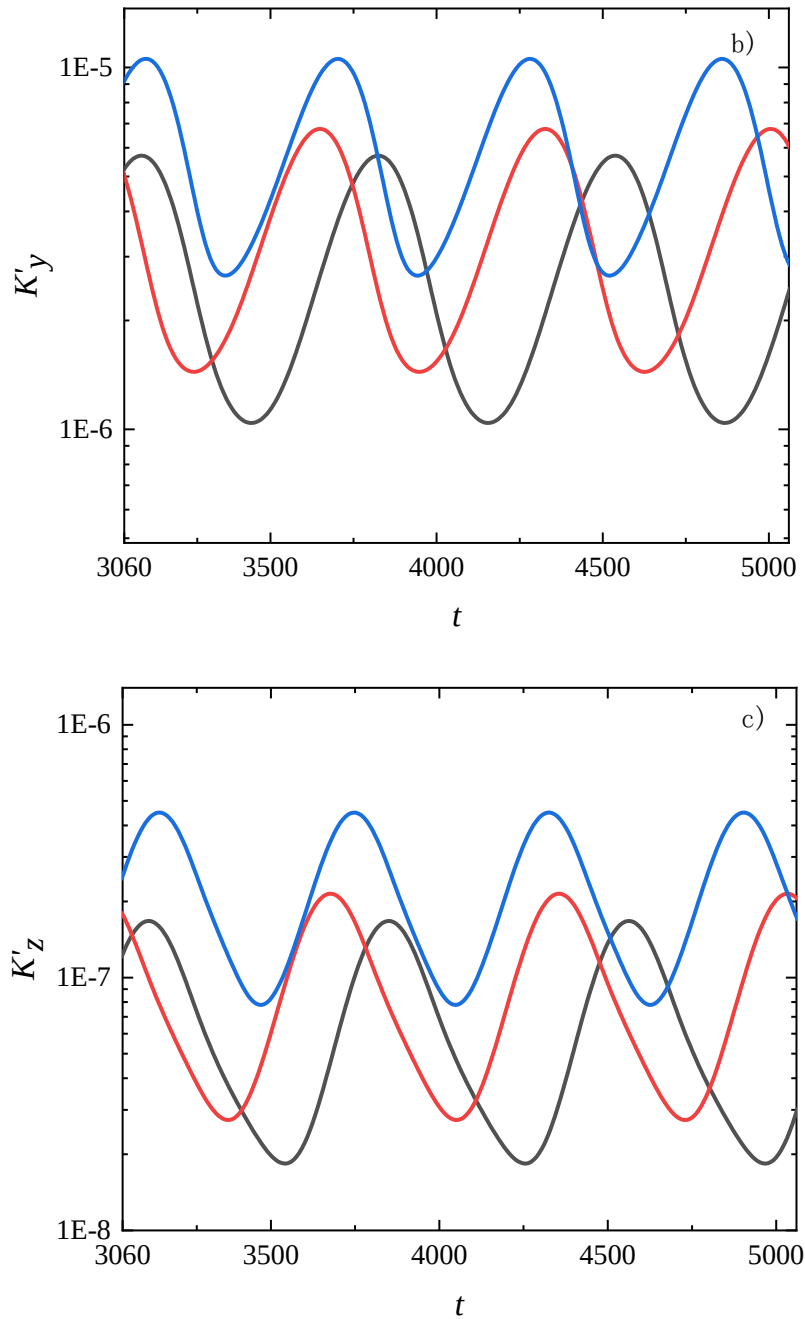


图 3-13 $Re=5000$ 时，流向 K'_x 、展向 K'_y 、法向 K'_z 扰动能分量波动随 Ha 数的变化

3.2.2 磁场作用下的自维持机制

为观察施加磁场后周期性自维持循环过程是否发生变化，在图 3-14 中描述了不同磁场强度下 $\|u'\|-\|v'\|$ 平面的 RPO。整体来看，振幅随磁场强度增大而增大，这与图 3-13 扰动能波动曲线的现象一致。当磁场强度较小时 ($Ha=1$)， $\|u'\|-\|v'\|$ 曲线形状基本与无磁场时一致，磁场强度较大时 ($Ha=2$ 、 $Ha=3$)， $\|u'\|-\|v'\|$ 曲线形状发生变化，各方向扰动能分量的波动越来越近似于正弦曲线。当 $Ha=3$ 时，

从 $b \rightarrow c$, $\|u'\|$, $\|v'\|$ 同时减小; 从 $d \rightarrow a$, $\|u'\|$, $\|v'\|$ 同时增大, 这一变化趋势明显与无磁场作用时不同, 可能是由于磁场与流场之间产生某种相互作用导致的。观测该循环中 E_u 、 E_v 、 E_w 变化如图 3-14 b) 所示, 则会发现相比于无磁场时, 流向和展向 u 、 v 速度分量能量变化明显, 壁面法向 w 速度分量能量变化较小。这主要是由于法向磁场对垂直于场强方向的速度分量(u , v)产生了抑制作用, 而对平行于场强方向的速度分量 w 基本无作用。磁场强度较弱时($Ha=1$), 该效应作用微弱, 对流场基本无影响; 磁场较强时, 该效应作用效果更为明显。

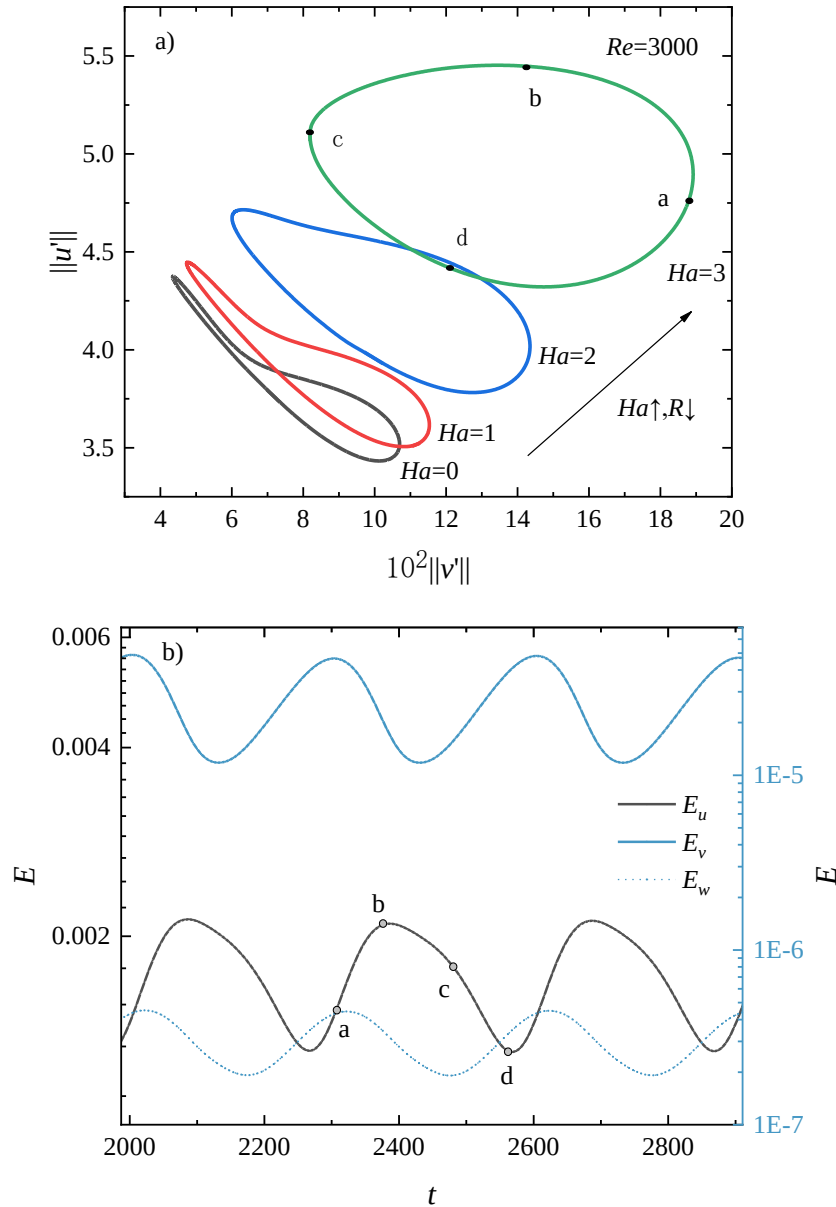


图 3-14 a) $Re=3000$ 时, 法向磁场强度变化时 $\|u'\|$ - $\|v'\|$ 的轨道周期解; b) $Re=3000$ $Ha=3$, E_u 、 E_v 、 E_w 的变化

对比图 3-5 a) 和图 3-14 a) 可以看出, 随着 Re 数(或 R 数)的增大, 扰动能量在一个轨道周期内的波动减小, 对比图 3-5 b) 和图 3-14 b), 此时 RPO 仍旧以流

向结构为主，但施加磁场后，由于磁场效应，能量的上升过程快于能量衰减过程，即条带分解加快而形成过程变慢，这与无磁场时明显不同。

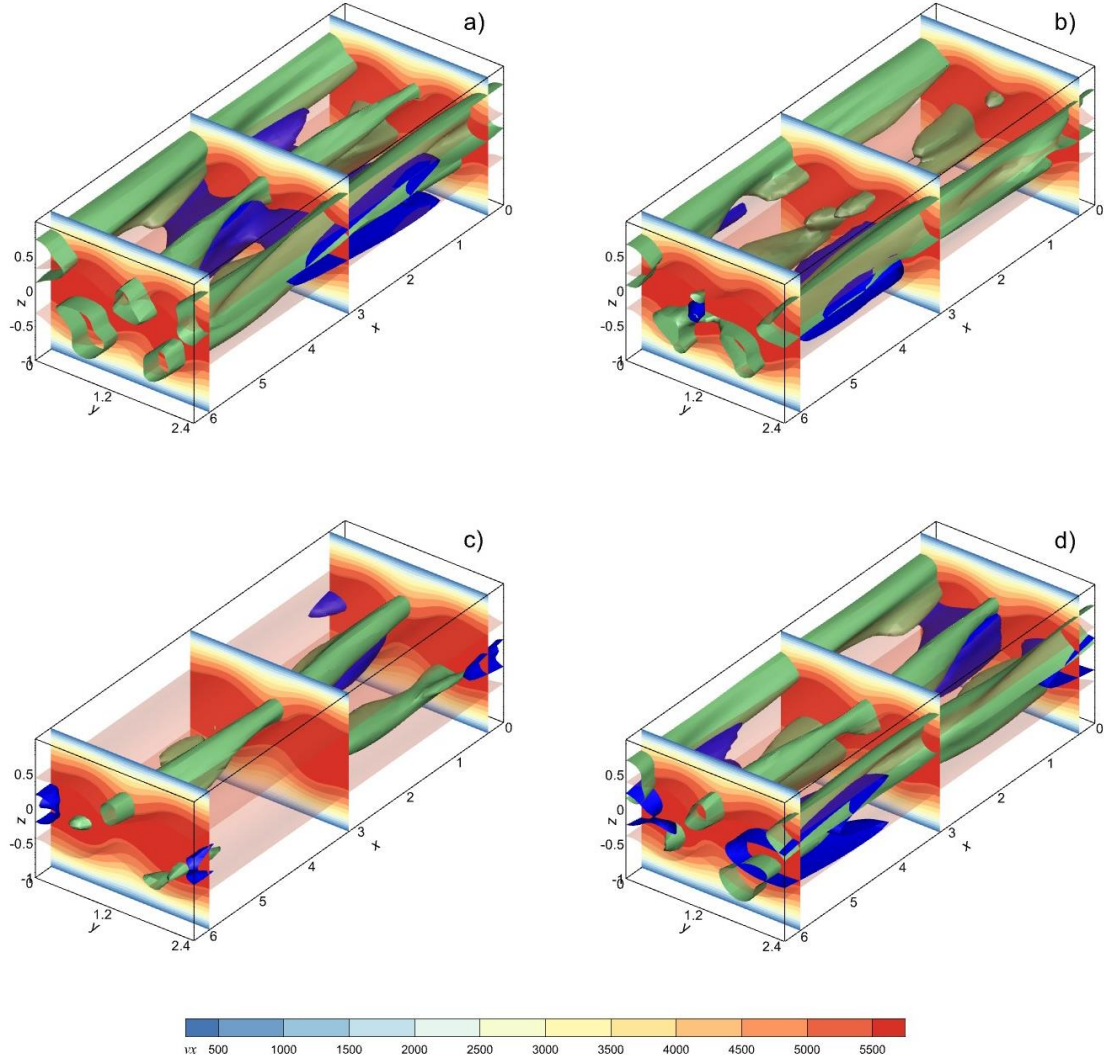


图 3-15 $Re=3000$, $Ha=3$ 时周期轨道对应的流场结构演化过程，a)流向漩涡主导；b)流向漩涡向条带的过渡；c)流向条带主导；d)条带向漩涡的过渡

上述过程说明磁场作用下的 ECS 自维持过程原理基本不变，为进一步验证，我们在流场中取四个时刻对应相干结构如图 3-15 a)-d)所示，分别对应图 3-13 中 $Ha=3$ 曲线上的点 a-d)。图中橙色 x - y 平面表示流向条带结构，为最大流向速度的 75%，绿色和蓝色表示流向漩涡结构，表示流向涡量 ω_{max} 的 $\pm 50\%$ 。图 3-15 a)中可以看到明显的流向漩涡，此时的漩涡振幅较大，对应到图 14 b)中，展向和法向扰动能几乎达到峰值；图 3-15 b)中，漩涡结构开始分解向条带转化，漩涡振幅降低，条带振幅增加；图 3-15 c)中漩涡结构相比于其他时刻更加微弱，对应到图 3-14 b)中，展向和法向振幅几乎达到最低点；图 3-15 d)中，

流向条带开始分解向漩涡结构转化，条带振幅几乎达到最低值。经历图 3-15 中 a)到 d)循环后，流向漩涡在展向方向上移动 $L_y/2$ ，这与图 3-6 中无磁场时一致，但磁场作用下流场中的漩涡结构由于磁场效应各个方向上均有明显的拉伸，这与 Sommeria 和 Moreau^[84]在研究湍流相干结构过程中，在通道中心发现的漩涡结构随电磁扩散而拉长的现象一致。

在无磁场时，我们发现不同 Re 数的漩涡结构在流向和展向上均存在一定的倾斜角度，因此为验证磁场对于流向和展向方向上的倾斜角度是否会产生影响，我们取 $Re=3000$ 时 $Ha=0$ 、 $Ha=3$ 同一时刻的流场结构如图 3-16 所示，同种漩涡结构表示与图 3-15 一致。经过对比发现，施加磁场后流向和展向方向上仍旧有不同程度倾斜并且倾斜角度大致相等，这与无磁场时观察到的现象一致。

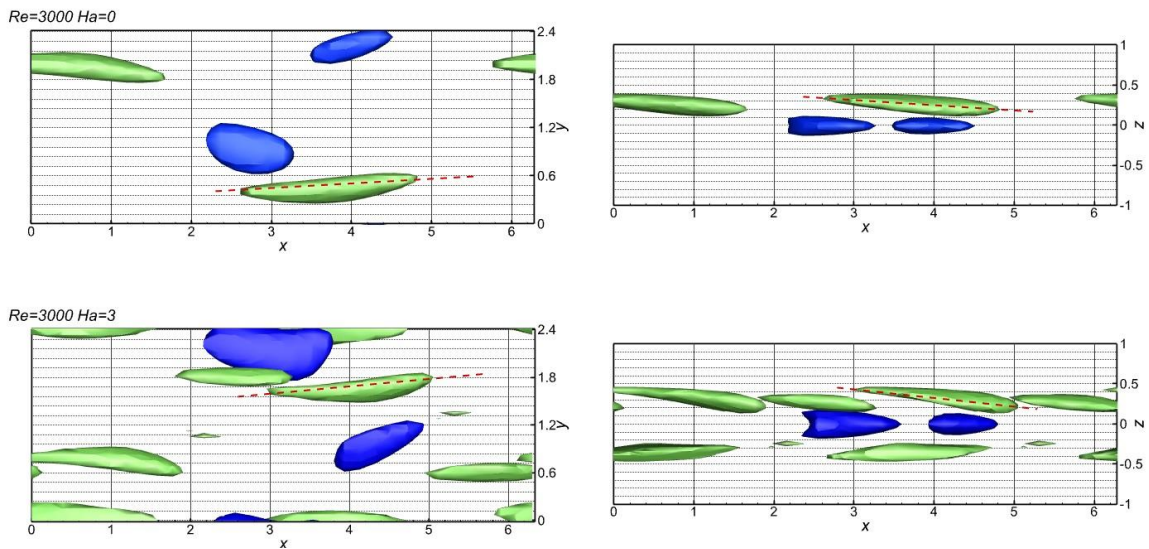


图 3-16 $Re=3000$ ， $Ha=0$ 、 $Ha=3$ 时，漩涡在流向(左)和展向方向(右)的倾斜角度

3.2.3 磁场对均方根速度的影响

在无磁场时，我们验证了 ECS 在不同 Re 数时具有自相似性，为探究磁场是否会对自相似性产生影响，当 $Re=3000$ 时，施加磁场后，在不同 Ha 数下，一个时间周期内的均方根扰动速度分布如图 3-17 所示。对曲线进行对比发现随着磁场强度的变化，不同方向的均方根扰动速度分布不再具有相似性，这与无磁场时区别明显。观察图 3-17 a)和 b)发现，随着 Ha 数增大，流向方向上的均方根速度峰值不再位于通道中心附近，而是逐渐向两侧的壁面偏移，展向方向上的均方根速度分布呈现同样的变化趋势。

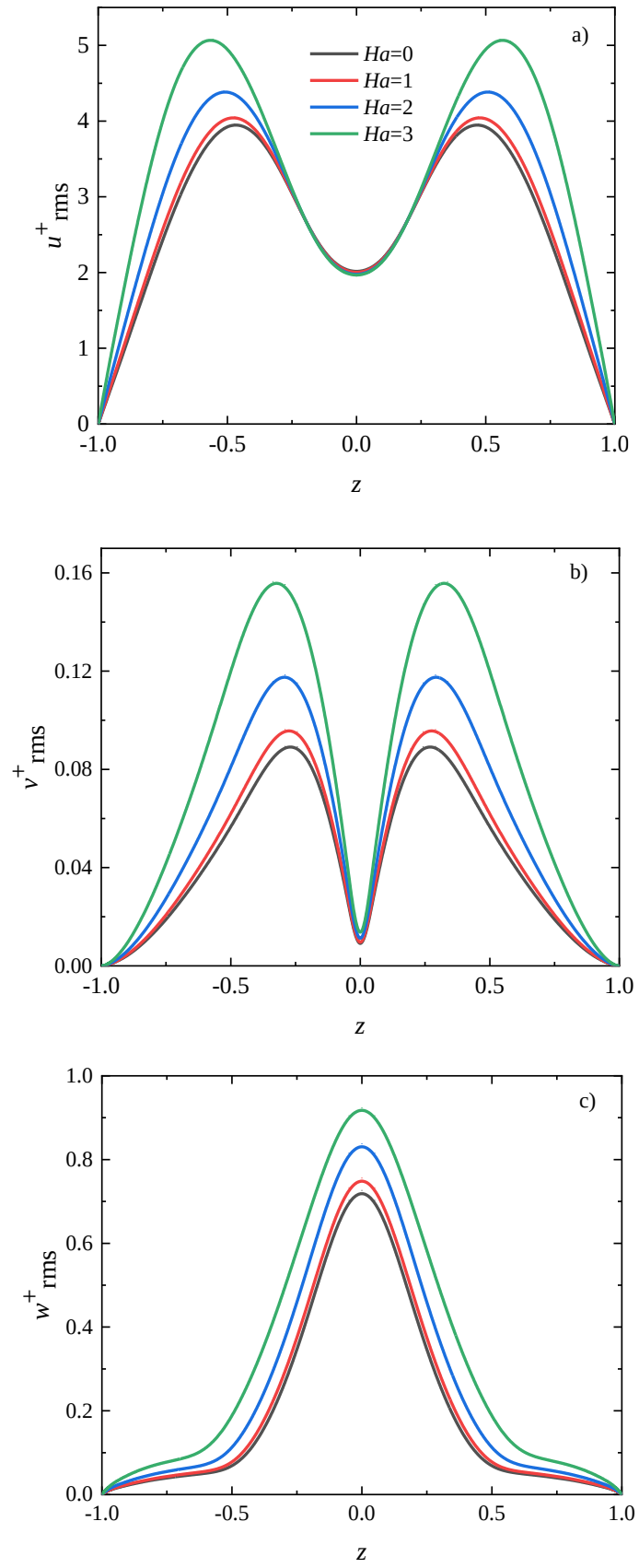


图 3-17 $Re=3000$, 不同 Ha 数对应的一个周期内的均方根扰动速度分布

以上结果表明在法向磁场作用下，流向漩涡逐渐向壁面迁移，这也是导致 $||u'| - |v'| ||$ 上自维持循环曲线形状发生变化的原因(图 3-14 所示)。

3.3 较大雷诺数下的 RPO

上节中我们研究了 $Re \leq 10000$ 时的小计算域的 ECS，当 Re 增大至 9000 和 10000 时，由于流场本身能量较大，即使在很小的扰动小也会向湍流过渡，因此很难在流场中捕捉到层流-湍流的边界状态—ECS。但我们施加法向磁场后，由于磁场会对过渡过程产生抑制作用，施加适当的磁场强度下有助于捕捉到 ECS。本节主要对较大 $Re(>10000)$ 数，施加法向磁场后的 ECS 进行了模拟计算，部分计算结果参数整理如表 3-3 所示。表中， Re_τ 为壁面摩擦雷诺数， Ha_E 为能够获得 ECS 的临界 Ha 数， Ha_L 为能够发生层流-湍流过渡的临界 Ha 数。

杨强^[72]曾在对槽道流近壁面相干结构的研究中发现，随着 Re 数增大到一定值时，预计解将局限于近壁面并最终得到了验证，因此针对大 Re 数的计算需要在壁面法向上增加网格节点数。本文增加壁面法向方向的节点数为 128，最终计算得到了 ECS—RPO。

表 3-3 较大 Re 数计算结果

Re	Re_τ	网格数	Ha_E	初始 K'	T	Ha_L
10000	694	32×32×64	6	8.65E-07	2362	25
12000	761	32×32×64	6	4.50E-07	3038	29
14000	886	32×32×64	7	4.39E-07	3340	32
16000	947	32×32×128	7	2.72E-07	4235	35
18000	1005	32×32×128	7	1.78E-07	4825	39
20000	1059	32×32×128	7	1.22E-07	5576	40
25000	1184	32×32×128	7	5.55E-08	6823	45
30000	1450	32×32×128	7	2.91E-08	8340	50
50000	1675	32×32×128	7	4.82E-09	14100	56

比较表中数据可知， Re 数、 Ha 数的增大都会导致 Re_τ 增大，这表明流场中的流动阻力增大。此外，随着 Re 数增加， Ha_E 逐渐增大随后稳定在 $Ha_E=7$ 不变，这可能是由于更强的磁场与流场之间的相互作用更为强烈，此时边界状态

无法很好的分离湍流动力学，因此流场中能够发生层流-湍流过渡但无法捕捉到不稳定边界态 ECS； Ha_L 随 Re 数的增大而增大但趋势逐渐变缓，这是由于高 Re 数下本身流场能量较高，容易因极小的扰动过渡到湍流，因此能够观察到层流-过渡的最大 Ha_L 增大，但同时由于 Re_τ 增大，流场中阻力增大，导致 Ha_L 的增长趋势逐渐变缓。

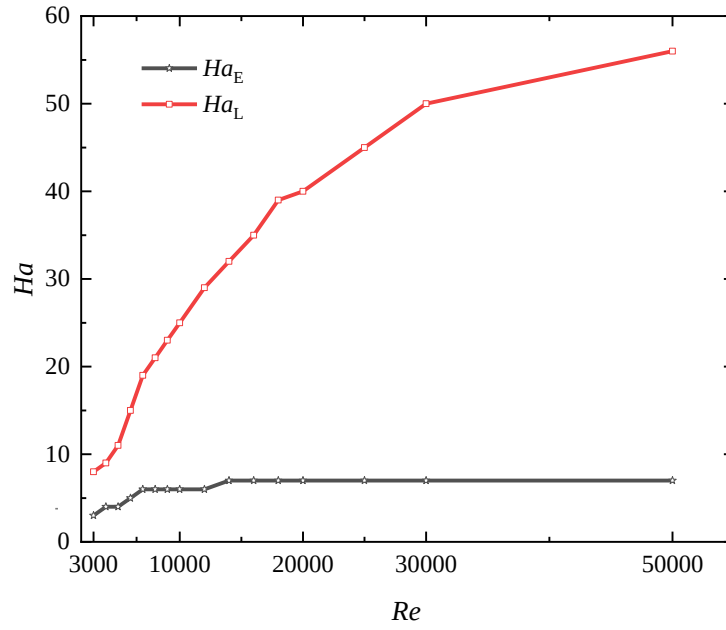
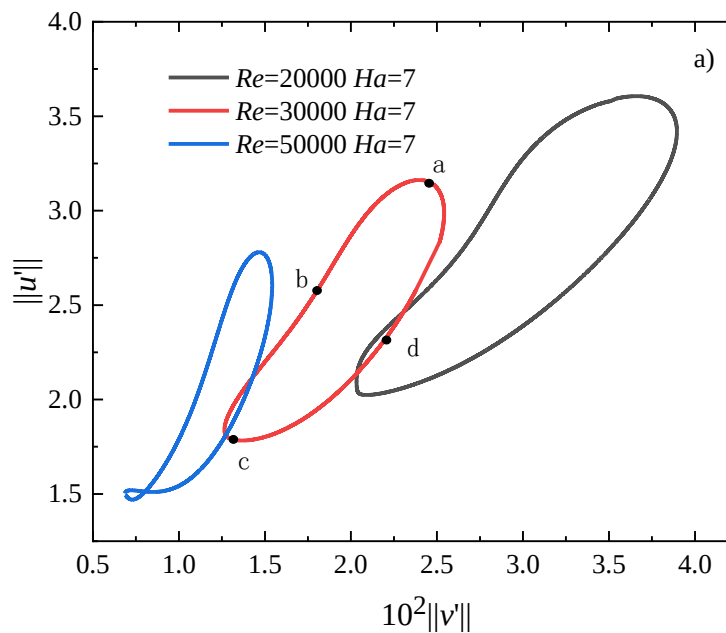


图 3-18 ECS 边界与层流化边界随 Re 数的变化规律

为研究大 Re 数下 ECS 的自维持循环机制是否会发生变化，取 $Re=20000$ $Ha=7$ 、 $Re=30000$ $Ha=7$ 、 $Re=50000$ $Ha=7$ 参数下 $\|u'\|$ - $\|v'\|$ 平面上振幅变化曲线及 30000-7 不同时刻对应的各方向扰动分量变化如图 3-19 所示。



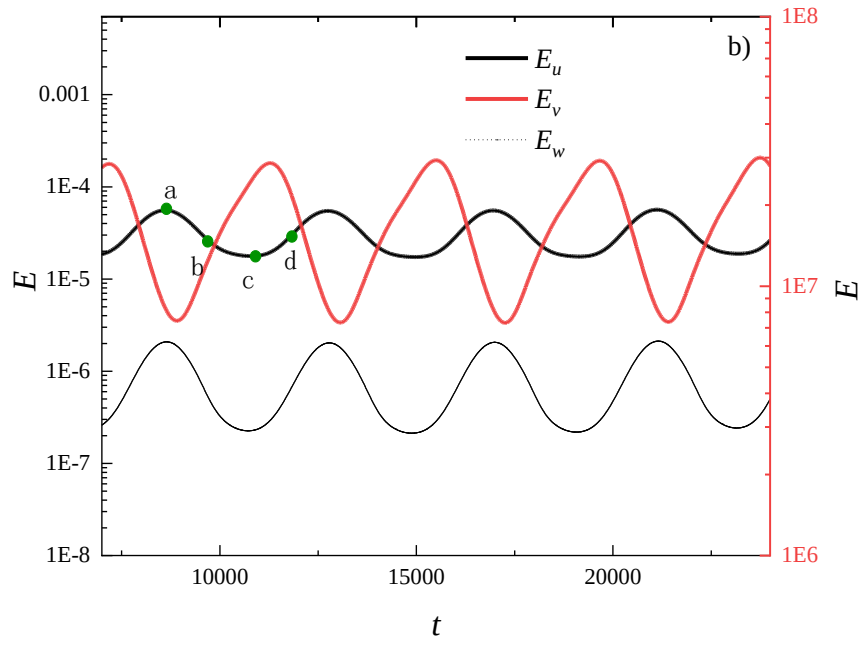


图 3-19 a)较大 Re 数下 $\|u'\|-\|v'\|$ 平面上的 RPO; b) $Re=30000$ $Ha=7$, E_u 、 E_v 、 E_w 变化

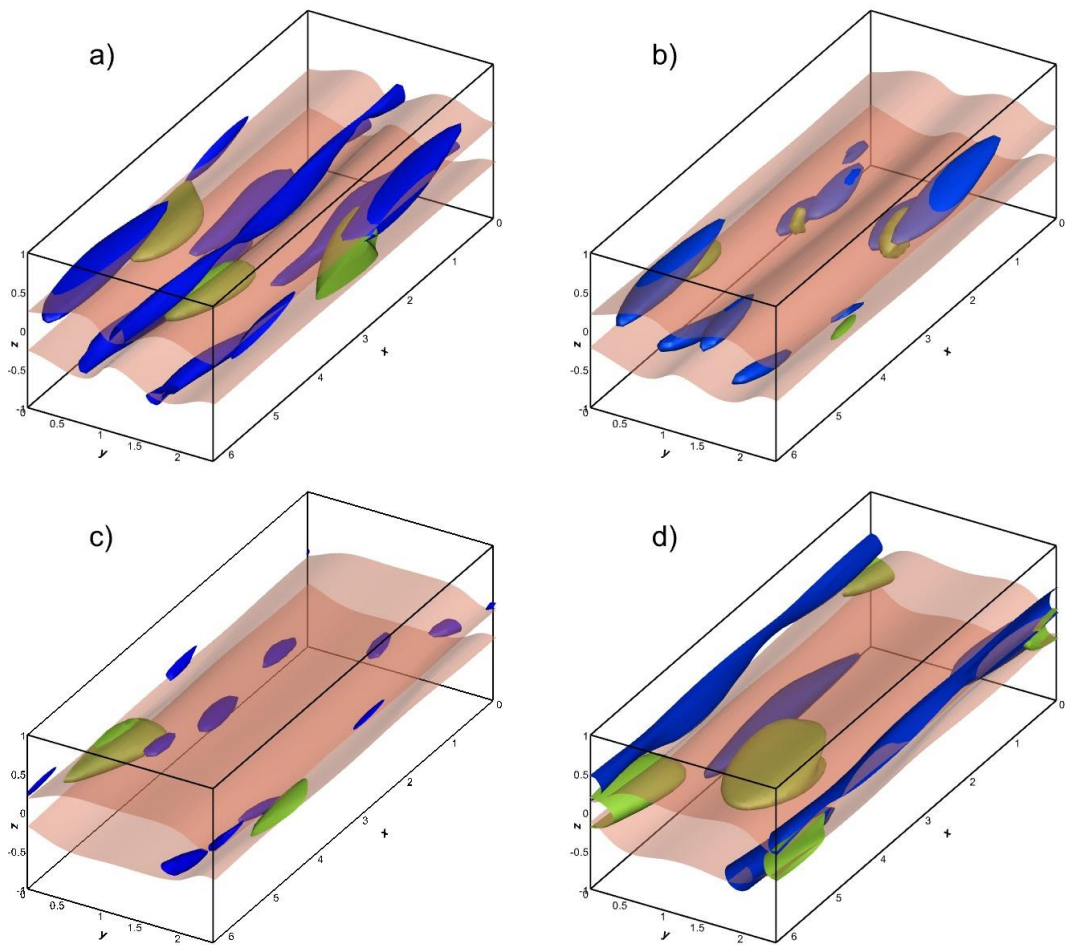


图 3-20 $Re=30000$ 、 $Ha=7$ 时不同时刻对应的流场结构

图 3-19 a) 的振幅曲线明显与小 Re 数施加磁场时有所变化, 在 a、c 点时出现了条带与漩涡振幅同时达到最大与最小值的状态, 因此为进一步探究条带与漩涡结构的转变过程, 在一个周期取 4 个不同时刻的流场结构如图 3-20 所示(图中条带与漩涡表现方式与图 3-15 相同, 图中 a-b 与图 3-18 中 a-b 四个点一一对应)。

结合 3-19 和图 3-20 发现, 在 a 点时刻, 条带和漩涡的振幅都处于最大值, 流向和展向方向扰动能分量也均位于最大值, 流场中的条带和漩涡结构相比于其他时刻也更为强烈; a→c, 两者振幅均逐渐减小至最小值, 此时流向和展向方向的扰动能分量也位于最低点, 在 c 点时刻条带和漩涡结构相比于其他时刻都更加微弱; 在 d 点时刻, 条带和漩涡振幅均有所回升, 相比于 b 点条带微弱而漩涡更加明显。上述循环过程与低 Re 数下的自维持循环过程有所不同, 我们认为这可能是由于此时由于 Re 数较大且施加的磁场强度较强, 流场与磁场之间产生了更强的相互作用甚至是能量转化, 因此条带与漩涡的自维持转化过程发生变化导致上述现象的发生。

3.4 本章小结

ECS 的发现将流体力学中长期以来两个独立的分支—湍流和转捩联系在一起, 本章利用 DNS 结合动力学方法在基准计算域中得到了与 Rawat^[67] 研究中相似的精确相干态 ECS—相对周期轨道解 RPO, 对 Re 数的范围进行了扩展, 主要分为低 Re 数(3000-10000)以及高 Re 数(10000-50000)两个部分, 并且在流场中施加均匀恒定的法向磁场。对不同参数组合下 RPO 的周期长度、各方向扰动能分量、自维持过程、流场结构以及均方根速度进行了对比分析, 详细考察了法向磁场对于层流-湍流边界 ECS 的影响。本章研究弥补了高 Re 数、高 Ha 数下的 RPO 以及法向磁场对于基准计算域中 RPO 的具体影响这两处空缺, 为后续对于湍流的研究提供了理论依据。本章的主要结论如下:

(1) 本章在固定基准计算域中不同参数组合下均获得了 RPO, 这表示 Re 数、 Ha 数均不会改变非线性解的种类。控制单一变量时, 周期长度随 Re 数的增大而增长, 随 Ha 数的增大而缩短; 各方向扰动能分量随 Re 数增大而减小, 随 Ha 数增大而增大, 且施加法向磁场后会加速条带向漩涡结构的转变。

(2) 低 Re 数时, $\|u'\|$ - $\|v'\|$ 平面上流向条带和漩涡的振幅变化曲线形状与无磁场时相似, 此时自维持过程与无磁场时基本无差别; 随 Ha 数增大, 磁场效应增强, 扰动能变化近似于正弦曲线, 流场中条带和漩涡结构更加明显; 并且施加磁场后 RPO 不再具有自相似性, 法向磁场对流向和展向速度分量的抑制作用

随 Ha 数的增大而增大，均方根扰动速度峰值由通道中心附近逐渐向两侧偏移，这也表明流向漩涡结构随磁场强度增大而向壁面附近迁移。

(3)高 Re 数、高 Ha 数时，流场与磁场之间的相互作用更加明显从而导致条带和漩涡结构在自维持转换过程中出现同时增强和同时衰减的状态， $\|u'\|-\|v'\|$ 振幅曲线形状也与低 Re 数下明显不同；此外，随着 Re 数的增大，流场中能够捕捉到 ECS 的临界 Ha_E 先增大后逐渐稳定在 $Ha_E=7$ 不变，能够观察到层流-湍流转捩的临界 Ha_L 逐渐增大但趋势变得平缓，这一现象的发现为我们后续研究湍流过渡时施加合适的磁场强度提供了有效的理论依据。

第 4 章 法向磁场下行波解的局部化特性研究

在上一章中，我们研究了基准计算域中不同 Re 数下磁场对于相对周期轨道解 RPO 的影响，但由于我们很难将 RPO 的计算延续到更低的 Re 数^[91]。除 Re 数外，计算域尺寸也是 ECS 研究的一个重要参数。在平面库埃特流中，Kawahara 和 Kida^[99]将 Nagata 解^[9]作为基准，减小计算域尺寸，获得了行波解。Kreilos 等人^[68]也曾在渐近吸力边界层中利用拓展计算域尺寸的方法，发现相对周期轨道通过鞍节点无限周期分叉转化为行波解。

因此本章我们延续前人的思想，拓展计算域的展向尺寸 L_y ，获得了鞍节点无穷分叉的行波解(TW)，并且在流场中施加均匀恒定的法向磁场，分析了相对周期轨道解向行波解的演化过程，以及法向磁场是否会对 L_y 增大导致的局部化现象和行波速度产生影响。

4.1 相对周期轨道解向行波解的转化

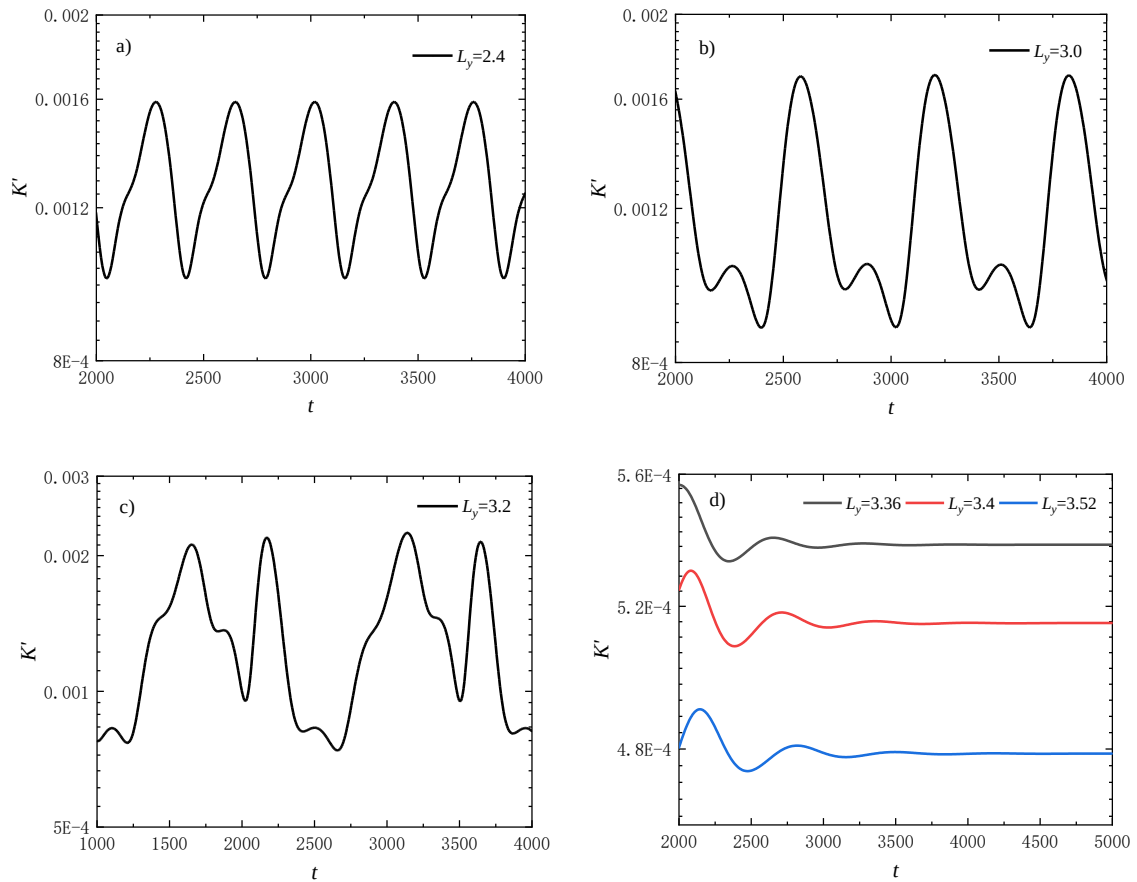


图 4-1 不同展向尺寸 L_y 对应的能量演化情况

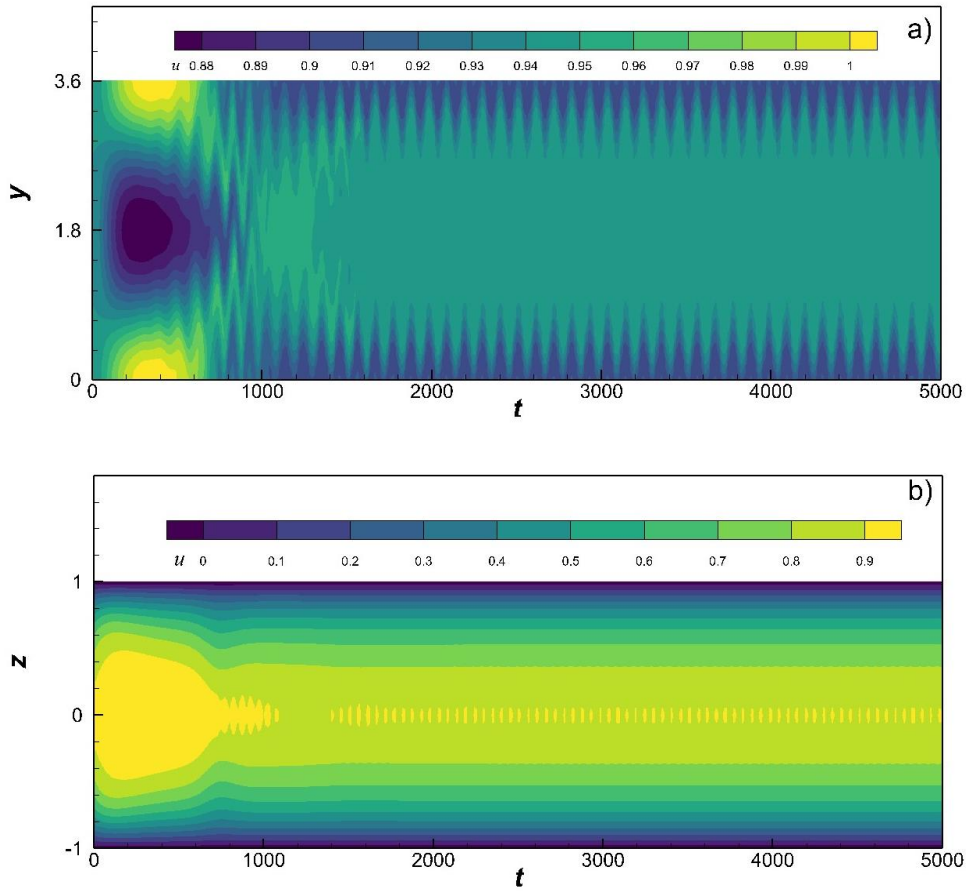
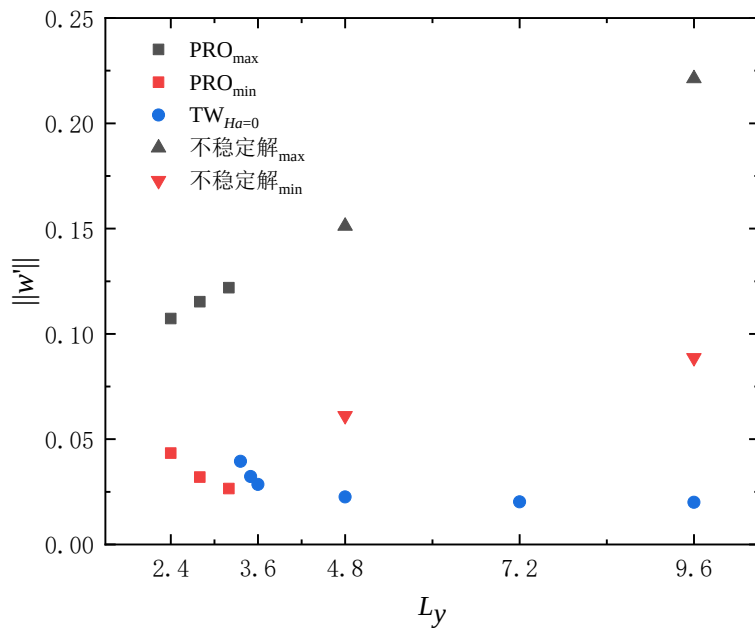


图 4-2 a) $x=0, z=0$ 轴线和 b) $x=0, y=0$ 轴线的 u 在流场中的演化过程

我们利用轨迹跟踪法，将 $L_y=2.4$ 处获得的 RPO 延续到更高的展向尺寸 L_y 值，与此同时，保持雷诺数 $Re=3000$ ，流向尺寸 $L_x=2\pi$ 不变。随展向尺寸的增大，ECS 的周期逐渐增长，最终收敛至行波解如图 4-1 所示，行波解对应的 $x=0, z=0$ 轴线和 $x=0, y=0$ 轴线上的 u 在流场中的演化过程如图 4-2 所示，与周期解相比，流向速度不再随时间发生变化，而是稳定的向下游传播。当达到临界展向尺寸 $L_{yc}=3.36$ ，此时接近于全局分叉，行波解替代相对周期轨道解存在，这一现象与 Rawat^[79]利用延拓方法获得的相对周期轨道解向行波解的演化趋势一致。

为更好的观察并理解 RPO 向 TW 的演化，我们在图 4-3 中描述了无磁场时壁面法向脉动速度随展向尺寸的变化情况。图中黑色和红色方块分别表示 RPO 的最大和最小法向脉动速度，蓝色圆圈表示 TW 达到稳定后的法向脉动速度。对比发现，当 L_y 小于 L_{yc} 时，RPO 的法向脉动速度随 L_y 增大而增大。这与图 4-1 中呈现的现象一致；当 L_y 达到 L_{yc} ，RPO 转化为 TW，此时随着展向尺寸 L_y 增大，脉动速度逐渐减小最后基本不再变化。


 图 4-3 壁面法向脉动速度随展向尺寸 L_y 的变化

4.2 拓展域中不同初始扰动的 RPO

表 4-1 不同展向尺寸周期解的具体参数

L_y	A_1^{cr}	T	初始 K'
2.4	3.1692906292017	739	5.37E-06
4.8	3.1689156614796	742	5.36E-06
9.6	3.1664769040798	735	5.35E-06

通过对展向尺寸 L_y 的拓展我们获得了行波解，根据 Rawat^[79]的研究中我们得知所得解为“下分支”解，此时不同展向尺寸对应的流场初始状态均只有一对初始扰动。我们尝试在 $L_y=4.8$ 、 9.6 中分别加入 2 对、4 对初始扰动进行模拟计算。不同情况下施加扰动后，流场的初始状态如图 4-4 所示，其中 a)、c) 表示仅施加 1 对初始扰动，b)、d) 分别表示施加 2 对和 4 对初始扰动。

对上述情况进行模拟计算后发现，初始扰动为 b)、d) 时最终计算得到周期解，将其与第三章 $L_y=2.4$ ，施加一对初始扰动的 RPO 进行对比，具体参数总结如表 4-1 所示。对比发现三种情况对应的初始扰动振幅 A_1^{cr} 、周期长度 T 以及初始扰动能 K' 几乎相等。随后，对 $L_y=4.8$ 、 9.6 时的壁面法向脉动速度最大值与最小值计算后如图 4-3 中黑色和红色三角所示，发现这类 RPO 的法向脉动速

度随 L_y 增大呈线性增加趋势。我们猜测该解可能是介于上下分支之间的不稳定解，无法稳定存在且很容易过渡到上下分支。

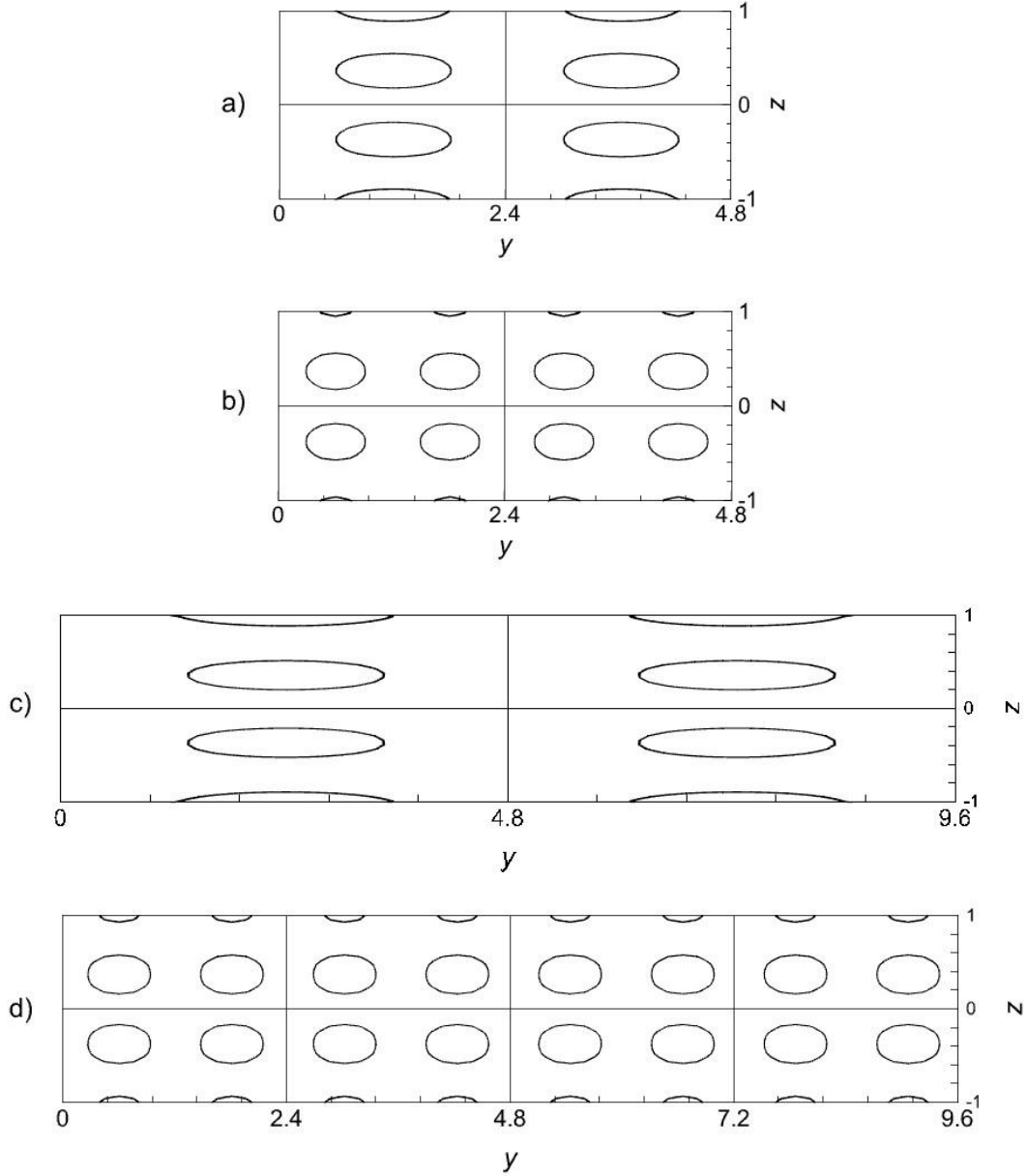


图 4-4 $L_y=4.8$ 、 9.6 时，在流场中施加不同初始扰动，a) $L_y=2.4$ ，一对初始扰动；b) $L_y=2.4$ ，两对初始扰动；c) $L_y=4.8$ ，一对初始扰动；d) $L_y=4.8$ ，四对初始扰动

为探究此类不稳定解的流场结构是否有所不同，对表 1 三种情况取同一时刻的流场结构如图 4-5 所示，图中流向条带和漩涡表现形式与第三章中相同。我们发现，RPO 仍旧由蜿蜒的低速条带及两侧漩涡结构构成，随展向尺寸成倍增加，流场中的 ECS 数量也相应增加，但每个 ECS 相似，间距约为 $\lambda_y=2.4$ ，这

又与 Rawat^[79]发现的通过鞍节点分叉产生的“上分支”解明显不同。随后，我们在以上计算的基础上施加法向磁场，上述现象基本不发生变化。

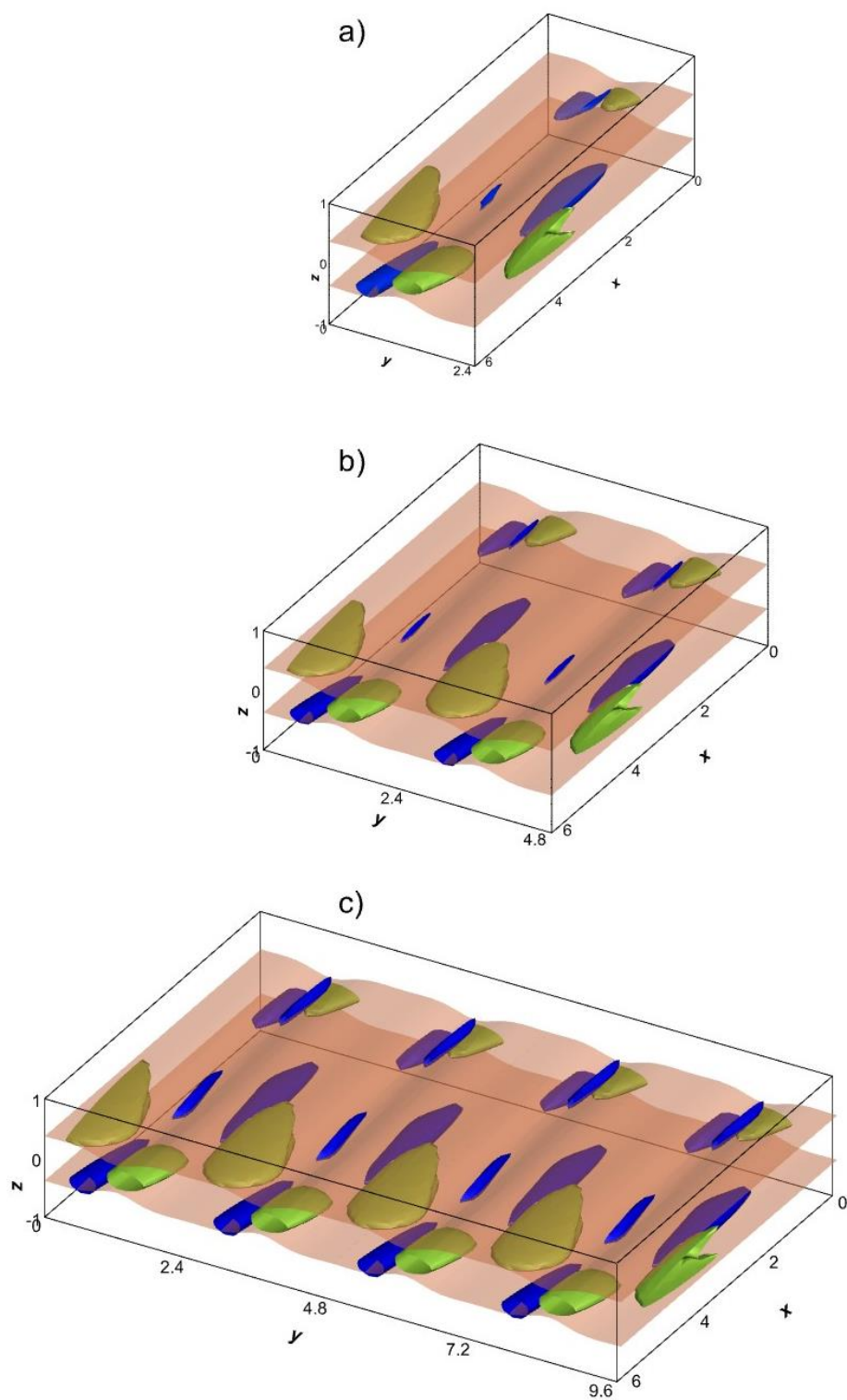


图 4-5 不同初始扰动对应的流场结构，a) $L_y=2.4$ ，施加一对初始扰动；b) $L_y=4.8$ ，施加两对初始扰动；c) $L_y=9.6$ ，施加四对初始扰动

4.3 展向局部化结构

4.3.1 无磁场时的局部化

由于不稳定解的探究极为困难，我们最终选择延续行波解的计算，在所有计算域尺寸中仅施加一对初始扰动，持续扩展展向尺寸 L_y ，并取各算例中 y - z 平面上流向速度等值线图如图 4-6 所示。

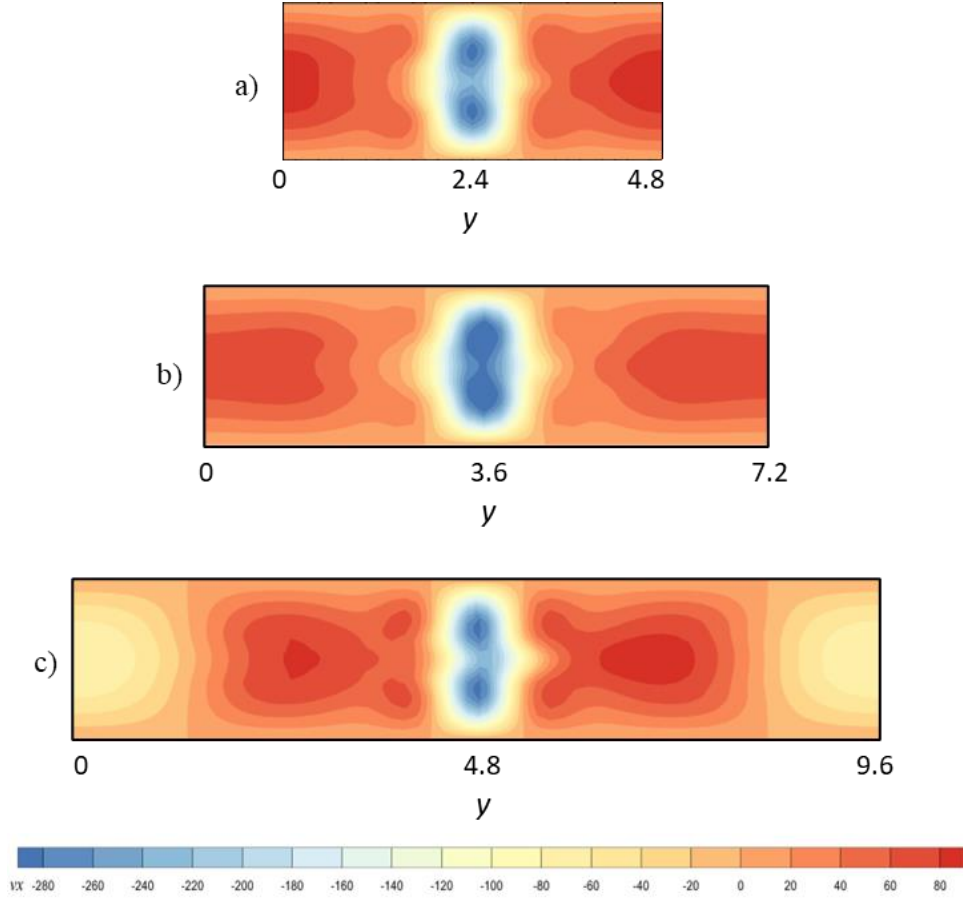


图 4-6 $Re=3000$ $Ha=0$ ，不同展向尺寸对应的 y - z 平面的速度等值线图，a) $L_y=4.8$ ；b) $L_y=7.2$ ；c) $L_y=9.6$

通过云图发现，速度较大的部分越来越集中，而两侧速度较小，这说明受到的两侧扰动越来越小。观察到上述现象后，为研究流场结构的具体变化，我们取上述三种不同展向尺寸 $L_y=4.8$ 、 7.2 、 9.6 的流场中任一时刻的 TW 的流场结构如图 4-7 所示，图中绿色部分表示 $u^+ = -2$ 的等值面，蓝色和红色分别对应于流向涡度 $\omega_x = \pm 0.65\omega_{\max}$ 的等值面。我们发现随着计算域展向尺寸 L_y 的增加，流场中 ECS 数量保持不变，但 TW 的流向条带和漩涡结构越来越集中，在展向方向上逐渐形成局部化特征，这与图 4-6 中呈现的现象一致。

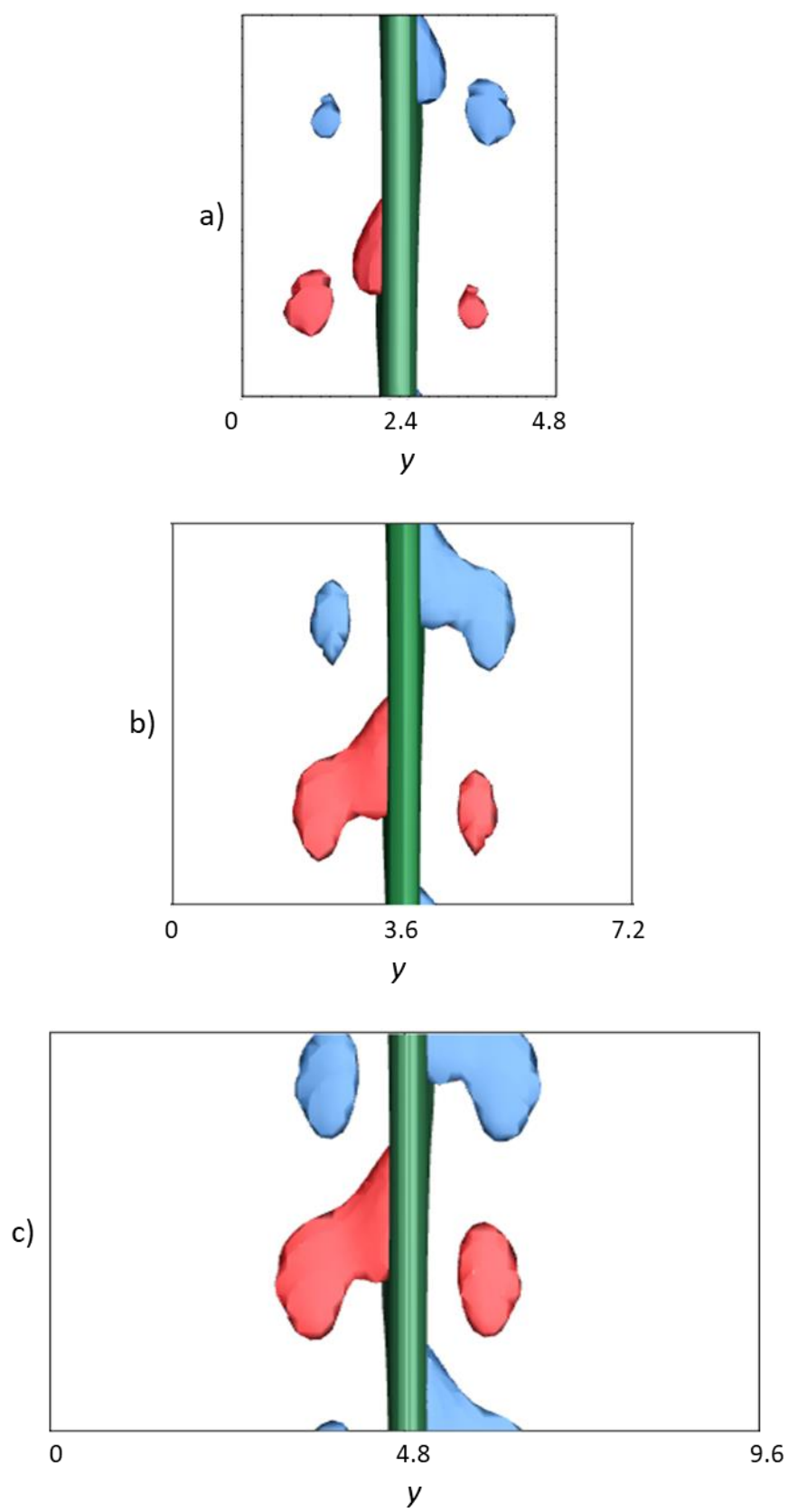
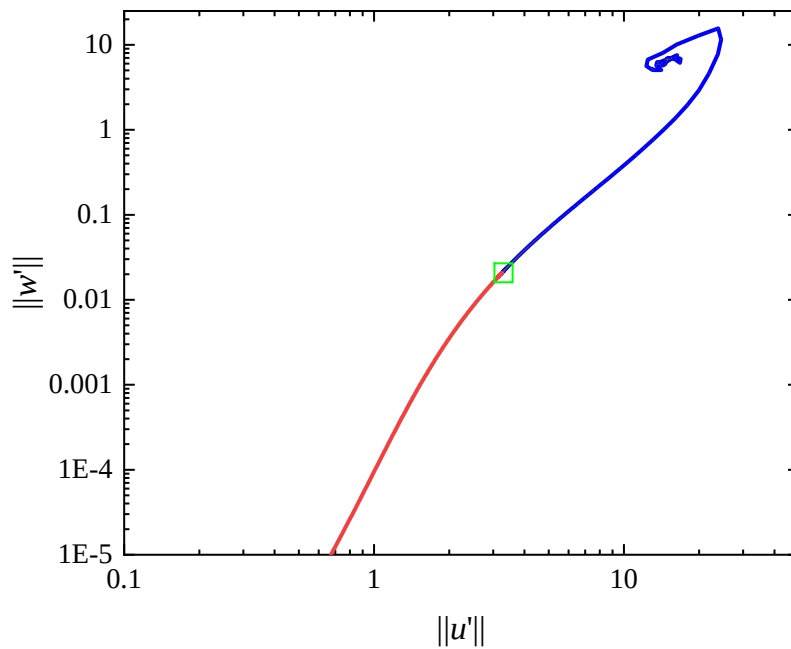


图 4-7 $Re=3000$ $Ha=0$ 时, $x-y$ 平面, 不同展向尺寸 L_y 对应的流场结构, a) $L_y=4.8$; b) $L_y=7.2$; c) $L_y=9.6$


 图 4-8 $Re=3000$ $Ly=4.8$, $Ha=0$ 时的行波解

对比相对周期轨道解与行波解的流场结构发现，两者均由弯曲的低速条带及两侧漩涡构成，并且行波解的漩涡结构在流向和展向方向上同样存在不同程度的倾斜角。两者的区别在于相对周期轨道解沿流向方向流动的过程中，条带和漩涡结构会经历周期性的自维持转换过程，在某一时刻出现条带较强或者漩涡结构较强的状态，而行波解流场结构不会随时间发生变化，而是以一定的行波速度稳定向下游传播。

但实际上无论精确解的形态如何，这些 ECS 均为条件稳定性，易受到微小扰动向湍流过渡或是向层流衰减。 $Re=3000$ ，计算域尺寸为 $2\pi \times 4.8 \times 2$ 中计算得到 TW 的壁面法向脉动速度如图 4-8 中绿色方框所示，而蓝线表示受到较大扰动过渡到湍流，红线表示扰动较小衰减到层流，与相空间中相对周期轨道解向层流和湍流的变化趋势基本相似，同时这一现象也表明 ECS 的下分支解位于混沌态的边界。

4.3.2 磁场对局部化的影响

为探究法向磁场对于展向局部化现象的影响，我们在相同计算尺寸的流场中引入均匀恒定的法向磁场。在图 4-3 中无磁场时，研究展向尺寸 Ly 对速度波动影响时最大仅计算到 $Ly=9.6$ ，这是由于随着计算域的扩大流场过渡所需要施加的扰动更大，导致更难捕捉到本就不稳定的 ECS。施加 $Ha=3$ 的磁场后，由于磁场的抑制作用，在较大的计算域中也能捕捉到 ECS，因此我们的计算区域扩展到了 $Ly=19.2$ 。此时壁面法向脉动速度随 Ly 的变化如图 4-9 a) 所示。此外，

我们在固定 $L_y=4.8$ ，对不同 Ha 数的扰动能演化曲线进行对比如图 4-9 b)，随磁场强度增大，流场达到稳定后的扰动能增大且 TW 在流场中的存在时间缩短，这与第三章中 RPO 的现象一致。

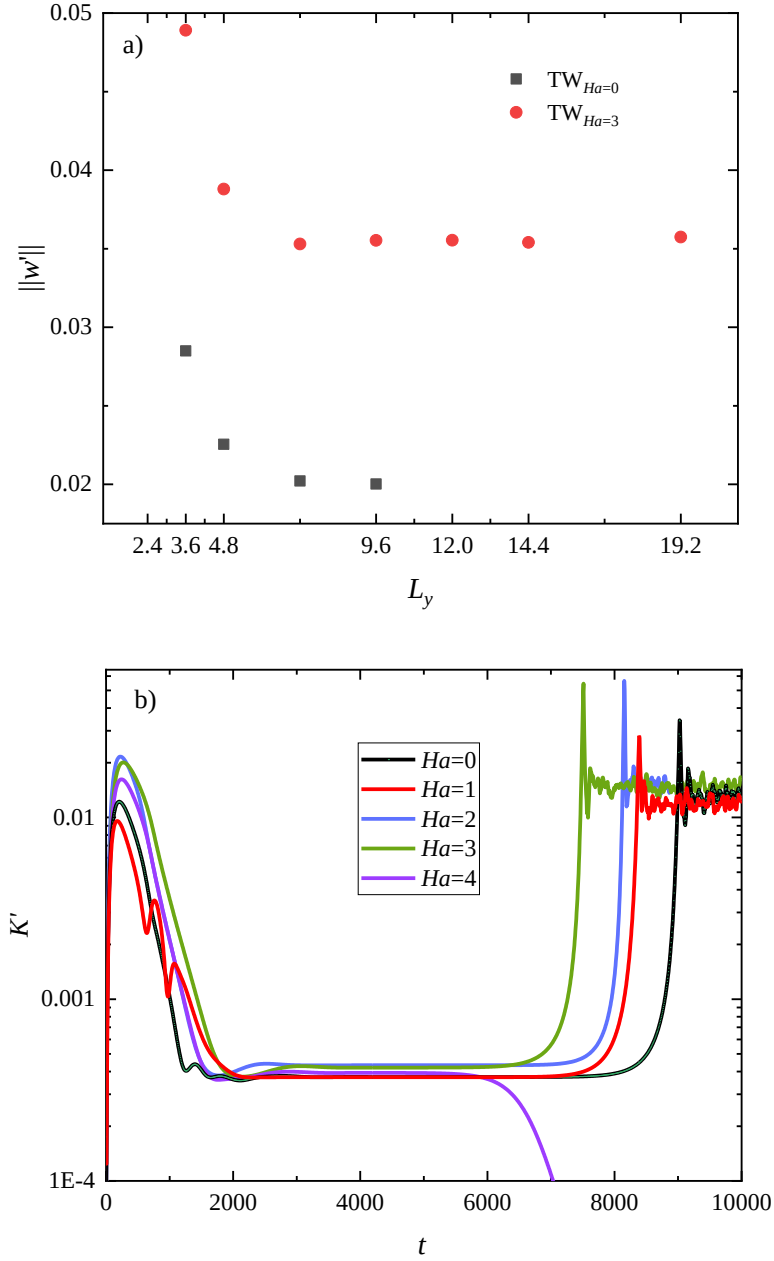


图 4-9 a)施加磁场前后，不同 L_y 对应的壁面法向脉动速度；b) $L_y=4.8$ 时，不同 Ha 数对应的能量演化

为观察磁场对流场局部化的影响，首先在 $Ha=3$ 时取 y - z 平面速度等值线如图 4-10 所示，由于磁场对流场不稳定性的抑制作用，此时 TW 能够延续到更大的展向尺寸。与无磁场时图 4-6 对比，发现施加磁场后，相同计算域如 $L_y=9.6$ 中，高速区域与低速区域的区分更加明显，而 $L_y=14.4$ 时两侧速度几乎接近于 0。随后取上述尺寸对应的流场结构如图 4-11 所示，图中条带和漩涡的表现形式与

图 4-7 一致。观察流场结构发现，磁场不会改变非线性解的形态，与无磁场时呈现相同的展向局部化特征，且随展向尺寸 L_y 增大，条带和漩涡结构由于磁场效应在流向和展向上明显的拉伸。

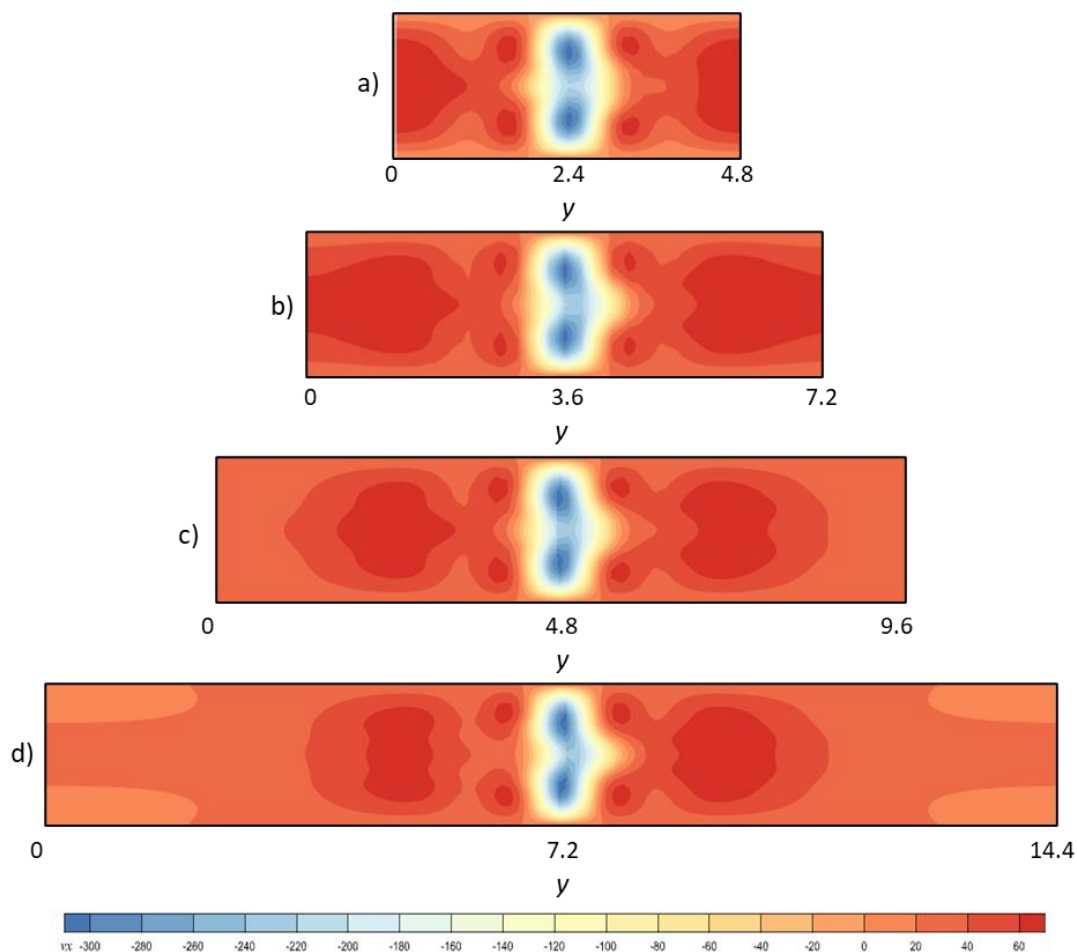
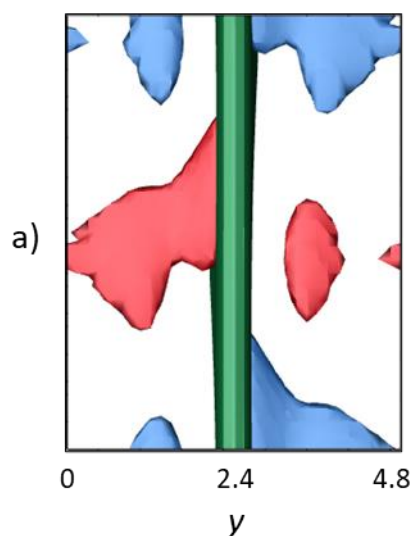


图 4-10 $Re=3000$ $Ha=3$ y - z 平面，不同展向尺寸 L_y 对应的流场结构，a) $L_y=4.8$ ；b) $L_y=7.2$ ；c) $L_y=9.6$ ；d) $L_y=14.4$



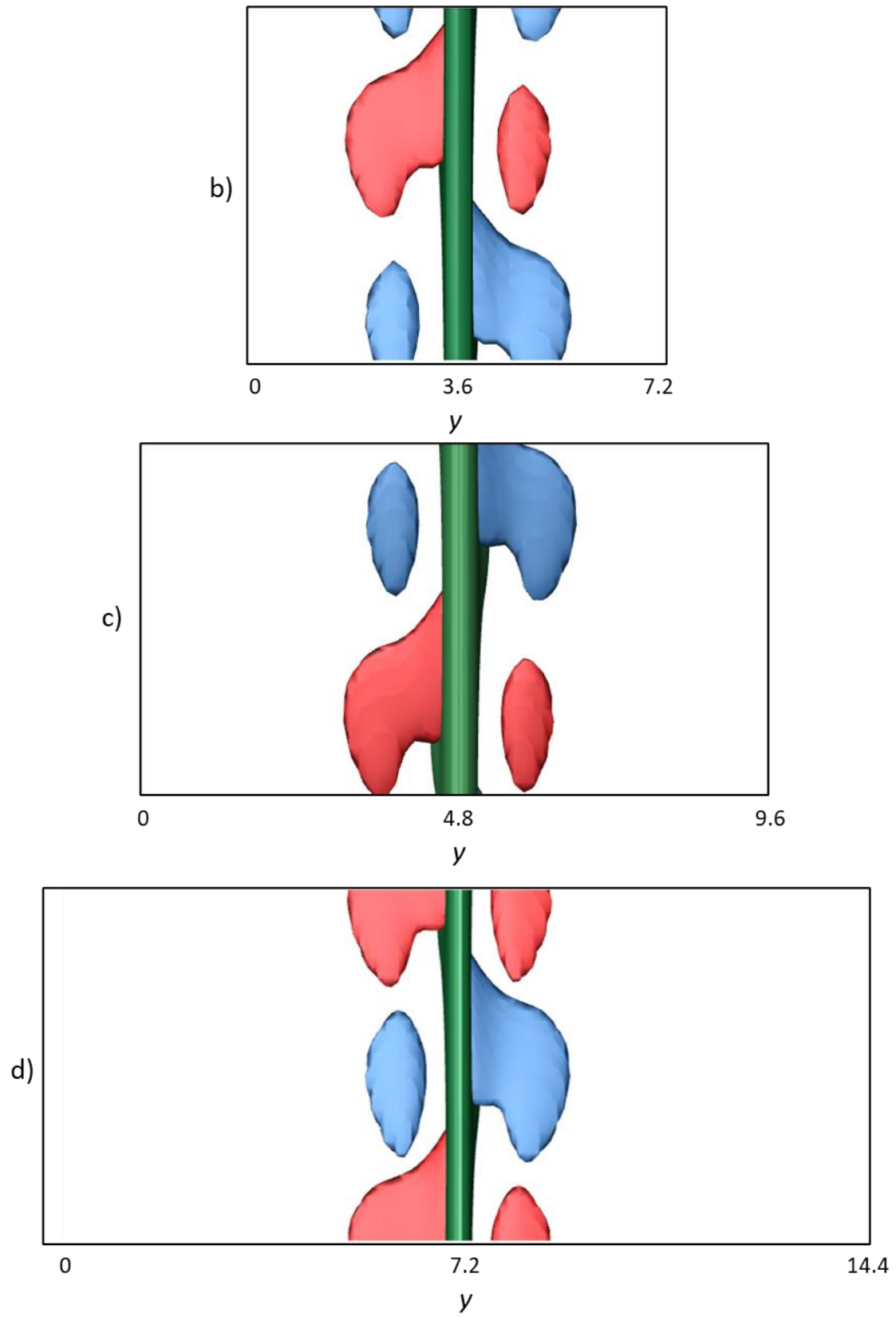


图 4-11 $Re=3000$ $Ha=3$ 时, $x-y$ 平面, 不同展向尺寸对应的流场结构, a) $L_y=4.8$; b) $L_y=7.2$; c) $L_y=9.6$; d) $L_y=14.4$

4.4 行波速度

当 TW 能量达到稳定值时，其流场结构将以固定行波速度向下游传播，且结构保持不变。为探究雷诺数与磁场强度对行波速度的影响，我们计算几种不同参数下的行波速度进行比较，如表 4-2 所示。对表格中数据进行对比发现，在相同计算域尺寸下，随 Re 数增大，由于流场自身能量增大，行波速度增大；当在同一 Re 数，相同计算域内，施加磁场后，摩擦雷诺数 Re_τ 增大，流场的流动阻力增大，因此行波速度相较于无磁场时减小，这一趋势与 Hwang^[18, 92]文献中提到的行波速度的变化趋势基本一致。

表 4-2 不同参数下的行波速度

Case	Re_τ	L_y	c_x/u_c
3000-0	156	4.8	0.752
		7.2	0.830
		9.6	0.959
3000-3	200	4.8	0.780
		7.2	0.875
		9.6	0.917
9000-3	345	4.8	0.970
		7.2	0.982
		9.6	0.997
12000-3	452	4.8	0.985
		7.2	0.992

4.5 本章小结

由于无法将 ECS 的计算延续到更低的 Re 数，并且关于 ECS 的研究除 Re 数外，计算域尺寸也是一个值得研究的参数。因此本章固定 $Re=3000$ ，在前人的基础上，扩展计算域的展向尺寸 L_y 获得了 N-S 方程非线性解的另一种类型一行波解 TW，并在此基础上施加均匀恒定的法向磁场，通过对相对周期轨道解与行波解之间的联系、流场的展向局部化以及不同初始参数下行波速度的对比分析，考察了磁场对于层流-湍流过渡中行波解的影响。本章的主要结论如下：

(1)在固定 Re 数下，保持一对初始扰动时，相对周期轨道解的周期长度随展向尺寸的增大而增大直至接近于全局分叉，行波解将代替相对周期轨道解而

存在；当扩展展向尺寸为原来的 n 倍，同时在流场中施加 n 对初始扰动时，此时将出现与原来相似的相对周期轨道解，但无法稳定存在很容易过渡到上下分支。施加磁场后上述现象基本不发生变化。

(2)拓展展向尺寸后，通过观察 $x=0$ 平面的速度等值线以及流场结构发现，随展向尺寸的增大，流向条带和漩涡结构越来越集中，形成展向局部化特征。施加法向磁场后，由于磁场的作用，展向尺寸流场的扰动能增大且行波解的存在时间缩短，展向局部化现象仍旧存在且流场结构由于磁场效应在流向和展向上能够观察到明显的拉伸。

(3)当行波解能量达到稳定后，流场结构将不再发生变化而是以固定的行波速度向下游传播，行波速度随 Re 数的增大而增大，随 Ha 数的增大而减小。

第 5 章 结论与展望

5.1 结论

本文主要围绕法向磁场对于槽道泊肃叶流层流-湍流边界的精确相干态及其流场结构的影响展开研究，探索了不同参数组合下的相对周期轨道解和行波解的具体区别。得到的主要结论如下：

(1) N-S 方程的非线性解与层流-湍流边界联系紧密，本文以槽道泊肃叶层流为基本流，施加流向涡叠加展向波的初始扰动，在基准计算域中获得了层流-湍流边界的相对周期轨道解，并拓展展向尺寸得到了行波解。这两类解的流场结构与充分发展湍流相干结构相似，湍流自维持机制也同样适用于精确相干态，并且该机制基本不受磁场强度的影响。

(2) 在基准计算域 $2\pi \times 2.4 \times 2$ 中计算得到了不同 Re 数下的相对周期轨道解，施加不同强度的法向磁场均不会改变非线性解的种类。对计算结果进行对比发现，周期长度随 Re 数的增大而增大，随 Ha 数的增大而减小；扰动能分量随 Re 数的增大而减小，随 Ha 数的增大而增大，并且随 Re 数的增大，流场中能够找到 ECS 的临界 Ha_E 以及层流化临界 Ha_L 均呈上升趋势，这对于工程实际中控制湍流场具有指导意义。

(3) 低 Re 数时，当磁场强度较大时，扰动能与无磁场时相比更近似于正弦曲线，流场结构由于磁场效应在各方向都呈现明显的拉伸；高 Re 数、高 Ha 数时，由于流场与磁场之间的强相互作用，条带与漩涡的会出现同时增强和同时减弱的状态。此外，磁场会改变相对周期轨道解的自相似性，并且由于法向磁场对流向、展向速度的抑制作用，其均方根速度峰值将由通道中心逐渐向两侧偏移，从而导致流场中漩涡结构向壁面附近迁移。

(4) 通过拓展展向尺寸 L_y ，获得了鞍节点无穷周期分岔的行波解。随着展向尺寸的增加，行波解的流向条带与漩涡结构逐渐在展向方向形成局部化现象。施加法向磁场后，展向局部化现象仍然存在，但行波解在流场中的存在时间随磁场强度增大而缩短。此外，行波解向下游传播的行波速度随 Re 数增大而增大，随 Ha 数的增大而减小。

5.2 展望

本文研究了不同强度的法向磁场下槽道泊肃叶流中层流-湍流边界的动力学行为，弥补了法向磁场对 ECS 的具体影响这一空缺，对于理解湍流演化的动

力学行为、预测转捩路径以及工程实际中减阻、控制湍流具有指导意义，但本课题仍需要进一步的完善，具体方面如下：

(1)本文主要对 $Re=3000-50000$ 范围的相对周期轨道解和行波解进行了研究，但近年来高 Re 数($Re>10^6$)的湍流逐渐成为新的研究热点，对于是否会出现新的流动现象尚为明确，并且高 Re 数下 ECS 的尺度分离/尺度干扰也是值得深入研究的课题。

(2)本文重点研究了不同法向磁场强度对于槽道层流-湍流边界上 ECS 的影响，后续可以在流场中施加均匀稳定的流向、展向磁场探讨不同磁场方向对于 ECS 的影响是否存在明显差别，或者将本文工作延续到圆管、方管以及边界层中，探究不同磁场作用下各剪切流中的 ECS 是否仍旧具有共同之处。

(3)本文利用高精度 DNS 结合动力学方法进行轨迹跟踪，计算成本较高，在后续研究中可以通过更多的研究方法如降阶建模、低维流形分析、Resolvent 分析等方法来探索不同流动中的 ECS，降低计算成本。

(4)本文利用高精度直接数值模拟研究了层流-湍流边界的 ECS，未来可利用实验对这一结果进行验证。

参考文献

- [1] 许春晓. 壁湍流相干结构和减阻控制机理研究[J]. 力学进展, 2015, 45: 201504.
- [2] Graham M. D., Floryan D. Exact Coherent States and the Nonlinear Dynamics of Wall-Bounded Turbulent Flows[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2021, 53: 227-253.
- [3] Klebanoff P. S., Tidstrom, K. D., Sargent, L. M. The Three-Dimensional Nature of Boundary-Layer Instability[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1962, 12(1): 1-34.
- [4] Zhou J., Adrian, R. J., Balachandar, S., et al. Mechanisms for Generating Coherent Packets of Hairpin Vortices in Channel Flow[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1999, 387: 353-396.
- [5] Faisst H., Eckhardt B. Traveling Waves in Pipe Flow[J]. Physical Review Letters, 2003, 91(22): 224502.
- [6] 陶建军. 槽流的亚临界转捩与局地湍流[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(1): 129-136.
- [7] Wedin H., Kerswell R. R. Exact Coherent Structures in Pipe Flow: Travelling Wave Solutions[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2004, 508: 333-371.
- [8] Clever R. M., Busse F. H. Three-Dimensional Convection in a Horizontal Fluid Layer Subjected to a Constant Shear[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1992, 234: 511-527.
- [9] Nagata M., Deguchi K. Mirror-Symmetric Exact Coherent States in Plane Poiseuille Flow[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2013, 735: R4.
- [10] Toh S., Itano T. A Periodic-Like Solution in Channel Flow[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2003, 481: 67-76.
- [11] Itano T., Toh S. The Dynamics of Bursting Process in Wall Turbulence[J]. Journal of the Physical Society of Japan, 2001, 70(3): 703-716.
- [12] Skufca J. D., James A., Eckhardt B. Edge of Chaos in a Parallel Shear Flow[J]. Physical Review Letters, 2006, 96(17): 174101.
- [13] Schneider T. M., Gibson J. F., Lagha M, et al. Laminar-Turbulent Boundary in Plane Couette Flow[J]. Physical Review E, 2008, 78(3): 037301.

-
-
- [14] Duguet Y., Pringle C. C., Kerswell R. R. Relative Periodic Orbits in Transitional Pipe Flow[J]. *Physics of Fluids*, 2008, 20(11): 114102.
- [15] Eckhardt B., Schneider T. M., Hof B., et al. Turbulence Transition in Pipe Flow[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2007, 39(1): 447-468.
- [16] Hamilton J. M., Kim J., Waleffe F. Regeneration Mechanisms of near-Wall Turbulence Structures[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2006, 287: 317-348.
- [17] Jiménez J., Parviz M. The Minimal Flow Unit in near-Wall Turbulence[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1991, 225: 213-240.
- [18] Hwang Y., Cossu C. Self-Sustained Processes in the Logarithmic Layer of Turbulent Channel Flows[J]. *Physics of Fluids*, 2011, 23(6): 061702.
- [19] Ellingsen T., Palm E. Stability of Linear Flow[J]. *Physics of Fluids*, 1975, 18(4): 487-488.
- [20] Landahl M. T. A Note on an Algebraic Instability of Inviscid Parallel Shear Flows[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1980, 98(2): 243-251.
- [21] Landahl M. T. On Sublayer Streaks[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1990, 212: 593-614.
- [22] Waleffe F. Hydrodynamic Stability and Turbulence: Beyond Transients to a Self-Sustaining Process[J]. *Studies in Applied Mathematics*, 1995, 95(3): 319-343.
- [23] Reddy S. C., Schmid P. J., Baggett J. S., et al. On Stability of Streamwise Streaks and Transition Thresholds in Plane Channel Flows[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1998, 365: 269-303.
- [24] Andersson P., Luca B., Alessandro B., et al. On the Breakdown of Boundary Layer Streaks[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2001, 428: 29-60.
- [25] Schoppa W., Hussain F. Coherent Structure Generation in near-Wall Turbulence[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2002, 453: 57-108.
- [26] Cossu C., Brandt L., Bagheri S., et al. Secondary Threshold Amplitudes for Sinuous Streak Breakdown[J]. *Physics of Fluids*, 2011, 23(7): 074103.
- [27] 王新军, 罗纪生, 周恒. 平面槽道流中层流-湍流转捩的 “Breakdown” 过程的内在机理[J]. *中国科学: G 辑*, 2005, 35(1): 71-78.
- [28] Jiménez J. Cascades in Wall-Bounded Turbulence[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2012, 44(1): 27-45.
- [29] Ahmed M. A. Low-Dimensional Exact Coherent States in Plane Couette flow[D]. University of Southampton, 2018.

-
-
- [30] Hopf E. A Mathematical Example Displaying Features of Turbulence[J]. Communications on Pure Applied Mathematics, 1948, 1(4): 303-322.
- [31] Kawahara G., Kida S. Periodic Motion Embedded in Plane Couette Turbulence: Regeneration Cycle and Burst[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2001, 449: 291-300.
- [32] Eckmann J. P., Ruelle D. Ergodic Theory of Chaos and Strange Attractors[J]. Reviews of Modern Physics, 1985, 57(3): 617-625.
- [33] Auerbach D., Cvitanović P., Eckmann J. P., et al. Exploring Chaotic Motion through Periodic Orbits[J]. Physical Review Letters, 1987, 58(23): 2387-2390.
- [34] Christiansen F., Cvitanovic P., Putkaradze V. Spatiotemporal Chaos in Terms of Unstable Recurrent Patterns[J]. Nonlinearity, 1997, 10(1): 55-75.
- [35] Zammert S. Localized States in the Transition to Turbulence in Plane Poiseuille Flow and Thermal Boundary Layers[D]. Universitat Marburg, 2015.
- [36] Waleffe F. Homotopy of Exact Coherent Structures in Plane Shear Flows[J]. Physics of Fluids, 2003, 15(6): 1517-1534.
- [37] Waleffe F. Exact Coherent Structures in Channel Flow[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2001, 435: 93-102.
- [38] Jeong J., Hussain F., Schoppa W., et al. Coherent Structures near the Wall in a Turbulent Channel Flow[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1997, 332: 185-214.
- [39] Jiménez J. Coherent Structures in Wall-Bounded Turbulence[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2018, 842: P1.
- [40] Zammert S., Eckhardt B. Periodically Bursting Edge States in Plane Poiseuille Flow[J]. Fluid Dynamics Research, 2014, 46(4): 041419.
- [41] Jiménez J., Genta K., Mark P. S., et al. Characterization of near-Wall Turbulence in Terms of Equilibrium and “Bursting” Solutions[J]. Physics of Fluids, 2005, 17(1): 015105.
- [42] Khapko T., Kreilos T., Schlatter P., et al. Edge States as Mediators of Bypass Transition in Boundary-Layer Flows[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2016, 801: R2.
- [43] Hall P., Smith F. T. On Strongly Nonlinear Vortex/Wave Interactions in Boundary-Layer Transition[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1991, 227: 641-666.
- [44] Mckeen B. J., Sharma A. S. A Critical-Layer Framework for Turbulent Pipe Flow[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2010, 658: 336-382.

-
-
- [45] Mckeon B. J. The Engine Behind (Wall) Turbulence : Perspectives on Scale Interactions[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2017, 817: P1.
- [46] Tezak N., Amini N. H., Mabuchi H. Low-Dimensional Manifolds for Exact Representation of Open Quantum Systems[J]. Physical Review A, 2017, 96(6): 062113.
- [47] Rosenberg K., Mckeon B. J. Efficient Representation of Exact Coherent States of the Navier–Stokes Equations Using Resolvent Analysis[J]. 2019, 51(1): 011401.
- [48] 罗仕超 吴里银, 常雨. 高超声速湍流流动磁流体动力学控制机理[J]. 物理学报, 2022, 71(21): 214702.
- [49] 李宁. 基于空间模式的平板边界层层流到湍流转捩的研究[D]. 天津大学, 2007.
- [50] 潘翀, 王晋军. 自由来流扰动引起的旁路转捩研究进展[J]. 力学进展, 2011, 41(6): 668-685.
- [51] 李宁, 罗纪生. 不可压平板边界层转捩机理[J]. 航空动力学报, 2013, (4): 743-751.
- [52] 杨琳, 邹正平, 宁方飞, 等. 边界层转捩的数值模拟[J]. 航空动力学报, 2005, 20(3): 355-360.
- [53] Cukierski K., Thomas B. G. Flow Control with Local Electromagnetic Braking in Continuous Casting of Steel Slabs[J]. Metallurgical and Materials Transactions B, 2008, 39(1): 94-107.
- [54] Leng X. Y., Krasnov, D., Li, B.W., et al. Flow Structures and Heat Transport in Taylor–Couette Systems with Axial Temperature Gradient[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2021, 920: A42.
- [55] Weber N., Beckstein P., Herreman W., et al. Sloshing Instability and Electrolyte Layer Rupture in Liquid Metal Batteries[J]. Physics of Fluids, 2017, 29(5): 054101.
- [56] Horstmann G. M., Weber N., Weier T. Coupling and Stability of Interfacial Waves in Liquid Metal Batteries[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2018, 845: 1-35.
- [57] Tucs A., Bojarevics V., Pericleous K. Magnetohydrodynamic Stability of Large Scale Liquid Metal Batteries[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2018, 852: 453-483.

-
-
- [58] Krasnov D., Zikanov O., Schumacher J., et al. Magnetohydrodynamic Turbulence in a Channel with Spanwise Magnetic Field[J]. *Physics of Fluids*, 2008, 20(9): 095105.
- [59] Robinson S. K. Coherent Motions in the Turbulent Boundary Layer[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1991, 23(1): 601-639.
- [60] Adrian R. J. Conditional Eddies in Isotropic Turbulence[J]. *Physics of Fluids*, 1979, 22(11): 2065-2070.
- [61] Nagata M. Three-Dimensional Finite-Amplitude Solutions in Plane Couette Flow : Bifurcation from Infinity[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1990, 217: 519-527.
- [62] Clever, R. M., Busse, F. H. Three-Dimensional Convection in A Horizontal Fluid Layer Subjected to A Constant Shear[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1992, 234: 511-527.
- [63] Mankbadi, R.R. Transition, Turbulence, and Noise: Theory And Applications For Scientists and Engineers[J]. Springer Science & Business Media, 2013, 282: 225-230.
- [64] Waleffe F. Three-Dimensional Coherent States in Plane Shear Flows[J]. *Physical Review Letters*, 1998, 81(19): 4140-4144.
- [65] Hof B., Westerweel J., Nieuwstadt F.T., et al. Experimental Observation of Nonlinear Traveling Waves in Turbulent Pipe Flow[J]. *Science*, 2004, 305(5690): 1594-1598.
- [66] Gibson J. F., Halcrow J., Cvitanovic P. Visualizing the Geometry of State Space in Plane Couette Flow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2008, 611: 107-130.
- [67] Suri B., Tithof J., Grigoriev R. O., et al. Forecasting Fluid Flows Using the Geometry of Turbulence[J]. *Physical Review Letters*, 2017, 118(11): 114501.
- [68] Kreilos T., Veble G., Schneider T. M., et al. Edge States for the Turbulence Transition in the Asymptotic Suction Boundary Layer[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2013, 726: 100-122.
- [69] Eckhardt B., Zammert S. Small Scale Exact Coherent Structures at Large Reynolds Numbers in Plane Couette Flow[J]. *Nonlinearity*, 2018, 31(2): R66-R77.
- [70] Zammert S., Eckhardt, B. Periodically Bursting Edge States in Plane Poiseuille Flow[J]. *Fluid Dynamics Research*, 2014, 46(4): 041419.

-
-
- [71] Hwang Y., Willis A. P., Cossu C. Invariant Solutions of Minimal Large-Scale Structures in Turbulent Channel Flow for Re up to 1000[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, 802: R1.
- [72] Yang Q., Willis A. P., Hwang Y. Y. Exact Coherent States of Attached Eddies in Channel Flow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 862: 1029-1059.
- [73] Deguchi K., Hall P. Free-Stream Coherent Structures in Growing Boundary Layers: A Link to near-Wall Streaks[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2015, 778: 451-484.
- [74] Rawat S., Cossu C., Rincon F. Relative Periodic Orbits in Plane Poiseuille Flow[J]. *Comptes Rendus Mecanique*, 2014, 342(8): 485-489.
- [75] Park J. S., Graham M. D. Exact Coherent States and Connections to Turbulent Dynamics in Minimal Channel Flow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2015, 782: 430-454.
- [76] Khapko T., Kreilos T., Schlatter P., et al. Localized Edge States in the Asymptotic Suction Boundary Layer[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2013, 717: R6.
- [77] Khapko T., Duguet Y., Kreilos T., et al. Complexity of Localised Coherent Structures in a Boundary-Layer Flow[J]. *European Physical Journal E*, 2014, 37(4): 1-12.
- [78] Chantry M., Kerswell R. R. Localization in a Spanwise-Extended Model of Plane Couette Flow[J]. *Physical Review E*, 2015, 91(4): 043005.
- [79] Rawat S., Cossu C., Rincon F. Travelling-Wave Solutions Bifurcating from Relative Periodic Orbits in Plane Poiseuille Flow[J]. *Comptes Rendus Mecanique*, 2016, 344(6): 448-455.
- [80] 田正雨. 高超声速流动的磁流体力学控制数值模拟研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2008.
- [81] 李益文, 张百灵, 李应红, 等. 磁流体动力学在航空工程中的应用与展望[J]. *力学进展*, 2017, 47: 201713.
- [82] Hartmann J., Lazarus F. Experimental Investigations on the Flow of Mercury in a Homogeneous Magnetic Field[J]. *Munksgaard*, 1937, 15(7): 223-257.
- [83] Zikanov O., Krasnov D., Boeck T., et al. Laminar-Turbulent Transition in Magnetohydrodynamic Duct, Pipe, and Channel Flows[J]. *Applied Mechanics Reviews*, 2014, 66(3): 030802.

-
-
- [84] Sommeria J., Moreau R. Why, How, and When, Mhd Turbulence Becomes Two-Dimensional[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1982, 118: 507-518.
- [85] Hossain M. Inverse Energy Cascades in Three - Dimensional Turbulence[J]. *Physics of Fluids B: Plasma Physics*, 1991, 3(3): 511-514.
- [86] Zikanov O., Thess A. Direct Numerical Simulation of Forced Mhd Turbulence at Low Magnetic Reynolds Number[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1998, 358: 299-333.
- [87] Krasnov D. S., Zienicke E., Zikanov O., et al. Numerical Study of the Instability of the Hartmann Layer[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2004, 504: 183-211.
- [88] Zienicke E. A., Krasnov D. Parametric Study of Streak Breakdown Mechanism in Hartmann Flow[J]. *Physics of Fluids*, 2005, 17(11): 114101.
- [89] Kobayashi H. Large Eddy Simulation of Magnetohydrodynamic Turbulent Channel Flows with Local Subgrid-Scale Model Based on Coherent Structures[J]. *Physics of Fluids*, 2006, 18(4): 045107.
- [90] Krasnov D., Zikanov O., Boeck T. Comparative Study of Finite Difference Approaches in Simulation of Magnetohydrodynamic Turbulence at Low Magnetic Reynolds Number[J]. *Computers & Fluids*, 2011, 50(1): 46-59.
- [91] Willis A. P., Cvitanovic P., Avila M. Revealing the State Space of Turbulent Pipe Flow by Symmetry Reduction[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2013, 721: 514-540.
- [92] Hwang Y. Cossu C. Self-Sustained Process at Large Scales in Turbulent Channel Flow[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(4): 044505.
- [93] Willis A. P., Duguet Y., Omel'chenko O., et al. Surfing the Edge: Using Feedback Control to Find Nonlinear Solutions[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2017, 831: 579-591.
- [94] Viswanath D. The Dynamics of Transition to Turbulence in Plane Couette Flow[J]. *Mathematics and Computation, a Contemporary View*. 2008, 3: 109-127.
- [95] Farmer J. D., Sidorowich J. J. Predicting Chaotic Time Series[J]. *Physical Review Letters*, 1987, 59(8): 845-848.
- [96] 向星皓, 张毅锋, 陈坚强, 等. 横流转捩模型研究进展[J]. *空气动力学学报*, 2018, 36(2): 254-264.

- [97] Schneider T.M., Buehrle J., Eckhardt B., et al. Transient Turbulence in Plane Couette Flow[J]. Physical Review E, 2010, 81(1): 015301.
- [98] 杨强, 袁先旭, 陈坚强, 等. 不可压壁湍流中基本相干结构[J]. 空气动力学报, 2019, 38(1): 83-99.
- [99] Kawahara G., Kida S. Periodic Motion Embedded in Plane Couette Turbulence: Regeneration Cycle and Burst[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2001, 449: 291-300.

攻读硕士学位期间发表的论文及其它成果

(一)发表的学术论文

- [1] 法向磁场作用下槽道流内的精确相干态[J]. 力学学报. 2023, 55(8): 1618-1626.(EI 收录号: 20233214503017 影响因子: 2.216) 除导师外第一作者。
- [2] Effect of Normal Magnetic Field on The Exact Coherent State of Channel Flow at Large Reynolds Number[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2023, 2599(1): 012039. (EI 收录号: 20234515040117 影响因子: 0.21) 第一作者
- [3] Exact Coherent States at Large Channel Flow under Magnetic Field[C]. The 2nd International Conference on Mechanical System Dynamics, 2023: 100207. 第一作者
- [4] Effects of A Spanwise Magnetic Field on The Exact Coherent States in A Channel Flow. Physics of Fluids. (SCI 已录用待发表)

致 谢

行文至此，落笔为终，这一年，我 24 岁，即将告别我的整个学生时代。三年一瞬，聚散有时，我的研究生生活即将结束在 2024 年的夏天，回顾这漫长又短暂的三年，所有的相遇都值得铭记。

桃李不言，下自成蹊。感谢我的导师董老师长久以来的悉心指导，从论文的选题、制定框架和一次次的修改到最终定稿，总是不厌其烦的为我提出宝贵的修改意见，即使在假期也仍旧耐心的为我修改论文。很庆幸在读研期间成为董老师的学生，将我最初的读研焦虑一点点平息，在他的指导下我能够一步一步踏实的完成我的研究课题。此外，也感谢在整个研究生期间遇到的 310 课题组的所有老师，衷心祝愿我敬爱的老师们身体健康，工作顺利，桃李满天下！

山水一程，相遇即是有缘。感谢我的朋友出现在我枯燥的研究生生活中，为我带来一次又一次的惊喜，我们一起走过很多地方，在焦虑难过时彼此陪伴彼此鼓励。即使我们有过争吵和冲突，我仍旧珍惜和感谢我们的相遇，前路漫漫，我们永远都是最好的样子。衷心祝愿我们都有前程可奔赴，一起奔向更光明的未来！

春晖寸草，山高海深。感谢我的爸爸妈妈姐姐和弟弟，永远包容我的脾气支持我的决定，成为我最坚强的后盾。也要感谢一直努力的自己，山很高路很远，一路走来很辛苦但幸好你坚定的走下来，现在即将开启人生的新篇章，祝你能够前程似锦，永远热爱生活！

少年不惧岁月长，彼方仍有荣光在，华电路 689 号的故事即将结束，人生的新篇章也将拉开序幕！

谨以此文献给我热烈又平淡的二十四岁！